Suites numériques

Feuille d'exercices – séquence complète

Mathématiques – Première (enseignement scientifique)

Sauf indication contraire, les résultats seront arrondis au centième (on gardera davantage de chiffres pour les très petites valeurs). Pour chaque problème de seuil, on citera les deux valeurs qui encadrent le seuil, puis on reviendra à la situation (année, mois, nombre de jours…).

1 Généralités sur les suites

Correction de l'activité « Découverte des suites »

1. a) Les nombres suivants sont 96 puis 192. b) On **multiplie par** 2 le nombre précédent.

2. a) Les nombres suivants sont 34 puis 55. b) Chaque nombre est la **somme des deux précédents** : $13+21=34$, puis $21+34=55$. (C'est la célèbre suite de Fibonacci.)

3. a) $u(0)=3\times 0^2-2\times 0=0$; $u(1)=3-2=1$; $u(4)=3\times 16-8=40$; $u(9)=3\times 81-18=225$.
b) Les termes calculés augmentent : $0<1<40<225$. Cela suggère (sans le prouver) que la suite est croissante.

4. a) $u(n+1)-u(n)=3(n+1)^2-2(n+1)-(3n^2-2n)=3n^2+6n+3-2n-2-3n^2+2n=6n+1$.
b) Comme $n\geqslant 0$, on a $6n+1\geqslant 1>0$.
c) Pour tout n, $u(n+1)-u(n)>0$, donc $u(n+1)>u(n)$: chaque terme est strictement plus grand que le précédent, la suite u est strictement croissante.

Correction de l'exercice 1

1. a) $15+4\times 5=35$: Idir paie 35 €. b) C'est le prix pour $n=5$ séances : c'est le terme $u(5)=35$.

2. $u(3)$ est le prix total payé pour 3 séances : $u(3)=15+4\times 3=27$ €.
$u(10)$ est le prix total payé pour 10 séances : $u(10)=15+4\times 10=55$ €.

3. a) Le 15 € de la carte est payé une seule fois, et on ajoute 4 € par séance : pour n séances, Idir paie $15+4\times n$ euros.
b) Pour tout entier naturel n : $u(n)=15+4n$. On vérifie : $u(5)=15+20=35$. ✓

Correction de l'exercice 2

1. $p(1)=4\times 1=4$ cm. **2.** $p(2)=4\times 2=8$ cm et $p(3)=4\times 3=12$ cm.

3. Le 10^{e} carré a pour côté 10 cm, donc $p(10)=4\times 10=40$ cm.

4. Le n-ième carré a pour côté n cm, donc $p(n)=4n$.

5. $a(1)=1^2=1$ cm², $a(2)=2^2=4$ cm², $a(3)=3^2=9$ cm², et $a(n)=n^2$.

Correction de l'exercice 3

1. On ajoute 300 € chaque mois : 6 300 € après 1 mois, puis 6 600, 6 900, 7 200 et 7 500 € après 5 mois.

2. `range(1, n + 1)` fait prendre à `i` les valeurs 1, 2, 3, 4, 5 :

`i`		1	2	3	4	5
`u`	6 000	6 300	6 600	6 900	7 200	7 500

Le programme affiche `7500`.

3. Ce programme calcule et affiche le montant du compte de Léa après `n` mois de placement : il part de 6 000 et ajoute 300 autant de fois qu'il y a de mois. On reconnaît une suite définie par récurrence : $u(0) = 6\,000$ et $u(n+1) = u(n) + 300$.

Correction de l'exercice 4

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	6	4	10	24	46
$v(n)$	3	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{5}$
$w(n)$	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{43}{4}$	$\frac{78}{5}$	$\frac{41}{2}$

Par exemple : $u(2) = 4\times4-12+6 = 10$; $v(2) = \frac{5}{3}$; $w(2) = 10+\frac{3}{4} = \frac{43}{4}$; $w(3) = 15+\frac{3}{5} = \frac{78}{5}$.

Correction de l'activité « Une ville qui se dépeuple »

1. $p(0)$ est la population en 2015 : $p(0) = 4\,000$.

2. Perdre 10 %, c'est multiplier par 0,9 ; puis on ajoute 300 : $p(1) = 0{,}9\times4\,000+300 = 3\,900$. Donc $p(1) = 0{,}9\,p(0) + 300$: en 2016, la ville compte 3 900 habitants.

3. De même, $p(2) = 0{,}9\,p(1) + 300 = 0{,}9\times3\,900+300 = 3\,810$: en 2017, la ville compte 3 810 habitants.

4. L'année qui suit est $n+1$, l'année qui précède est $n-1$.

5. Pour tout entier naturel n : $p(n+1) = 0{,}9\,p(n) + 300$, avec $p(0) = 4\,000$.

6. *Tableur :* on écrit 4000 en `B2`, la formule `=0,9*B2+300` en `B3`, puis on recopie vers le bas jusqu'à la ligne de 2025 ($n = 10$). *Python :*

```
1  p = 4000
2  for n in range(10):
3      p = 0.9 * p + 300
4  print(p)
```

On obtient $p(10) \approx 3\,348{,}68$: on peut estimer la population à environ 3 349 habitants en 2025.

Remarque : cette suite n'est ni arithmétique ni géométrique ; on ne dispose pas de formule pour $p(n)$, il faut calculer de proche en proche.

Correction de l'exercice 5

1. $C(0)$ correspond à l'année $2018+0 = 2018$: $C(0) = 500\,000$.

2. Augmenter de 10 %, c'est multiplier par 1,1 : $C(1) = 500\,000\times1{,}1 = 550\,000$. En 2019, le chiffre d'affaires est de 550 000 €.

3. 2020 correspond à $n = 2$ et 2021 à $n = 3$: $C(2) = 550\,000 \times 1{,}1 = 605\,000\,€$ et $C(3) = 605\,000 \times 1{,}1 = 665\,500\,€$.

4. Avec les seules informations de l'énoncé, non : chaque terme se calcule à partir du précédent, il faudrait calculer $C(4)$, $C(5)$, …, $C(9)$ avant $C(10)$. (On verra plus loin qu'une formule explicite permet en fait de le faire.)

5. Pour tout entier naturel n : $C(n+1) = 1{,}1 \times C(n)$, avec $C(0) = 500\,000$.

Correction de l'exercice 6

1. $a(n+1) - a(n) = 3(n+1) + 2 - (3n+2) = 3 > 0$: la suite a est strictement croissante.

2. $b(n+1) - b(n) = (n+1)^2 + 4 - (n^2+4) = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$. Comme $n \geqslant 0$, $2n + 1 > 0$: la suite b est strictement croissante.

3. $c(n+1) - c(n) = -n^2 - 1$. Comme $n^2 \geqslant 0$, on a $-n^2 - 1 \leqslant -1 < 0$: la suite c est strictement décroissante.

2 Suites arithmétiques

Correction de l'exercice 7

1. $u(1) = 5 - 2 = 3$, $u(2) = 3 - 2 = 1$, $u(3) = 1 - 2 = -1$.

2. $v(10) = v(0) + 10r = -11 + 10 \times 6 = 49$.

3. Du rang 7 au rang 26, on fait 19 pas : $w(26) = w(7) + 19r = 14 + 19 \times (-12) = 14 - 228 = -214$.

Correction de l'exercice 8

1. $u(0) = 10$ (fin janvier), $u(1) = 12$ (fin février), $u(2) = 14$ (fin mars).

2. Chaque mois, Marina ajoute 2 jeux à sa collection : on passe d'un terme au suivant en ajoutant 2. La suite u est arithmétique de raison 2 (et de premier terme $u(0) = 10$).

Correction de l'exercice 9

1. $u(0) = 2 \times 50 = 100$, $u(1) = 150$, $u(2) = 200$.

2. Chaque jour, Enzo nage une longueur, soit 50 m, de plus que la veille : la suite u est arithmétique de raison 50.

3. $u(n) = u(0) + 50n = 100 + 50n$.

4. On résout $100 + 50n \geqslant 1\,500$, soit $50n \geqslant 1\,400$, d'où $n \geqslant 28$. Le premier rang est $n = 28$: c'est le 29$^{\text{e}}$ jour d'entraînement.

Correction de l'exercice 10

a) $u(0) = 0$, $u(1) = 3$, $u(2) = 8$: $u(1) - u(0) = 3$ mais $u(2) - u(1) = 5$. Les écarts ne sont pas constants : **non**.
b) On ajoute -4 à chaque étape : **oui**, premier terme $p(0) = -2$, raison -4.
c) $v(n+1) - v(n) = -(n+1) + 3 - (-n+3) = -1$: **oui**, premier terme $v(0) = 3$, raison -1.

d) $w(0) = -3$, $w(1) = -2$, $w(2) = 1$: écarts 1 puis 3, **non**.
e) $t(n+1) - t(n) = 3$: **oui**, premier terme $t(0) = -2$, raison 3.
f) Pour $n \geqslant 1$, $s(n) = \dfrac{n(n+1)}{n} = n+1$, donc $s(n+1) - s(n) = 1$: **oui**, premier terme $s(1) = 2$, raison 1.
g) $a(n) - a(n+1) = 4$ donne $a(n+1) = a(n) - 4$: **oui**, premier terme 3, raison -4. (Attention au sens de la soustraction !)
h) $b(n+1) = 1 - b(n)$: $b(0) = 1$, $b(1) = 0$, $b(2) = 1$; écarts -1 puis $+1$: **non**.

Correction de l'exercice 11

1. $u(n) = 5 - 2n$ et $u(10) = 5 - 20 = -15$.

2. $v(n) = -4 + 42n$ et $v(23) = -4 + 42 \times 23 = -4 + 966 = 962$.

Correction de l'exercice 12

1. $u(4) = u(0) + 4 \times 1{,}5$, soit $-9 = u(0) + 6$, d'où $u(0) = -15$.

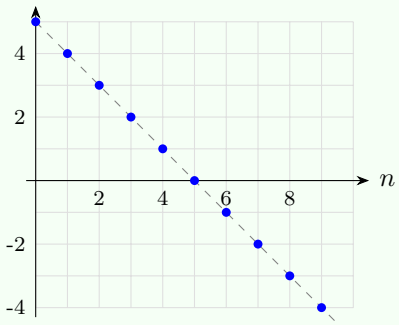
2. $r = u(1) - u(0) = 7 - 3 = 4$.

3. Du rang 2 au rang 8 il y a 6 pas : $u(8) = u(2) + 6r$, soit $-6 = 4 + 6r$, donc $6r = -10$ et $r = -\dfrac{5}{3}$.

Correction de l'exercice 13

1. a) La raison 2 est positive : u est strictement croissante.
b) $v(n) = 5 + (-3)n$: v est arithmétique de raison $-3 < 0$, donc strictement décroissante.

2. a) $w(n) = 5 - n$: on place les points $(0;5)$, $(1;4)$, …, $(9;-4)$.



b) Les points sont alignés, comme pour toute suite arithmétique : ils sont sur la droite d'équation $y = 5 - x$.

Correction de l'exercice 14

1. $u(1) = 40 + 2 = 42$.

2. Chaque enfant ajoute 2 cm : $u(n+1) = u(n) + 2$. La suite u est arithmétique de raison 2.

3. $u(n) = 40 + 2n$.

4. 1 m = 100 cm. On résout $40 + 2n = 100$: $2n = 60$, $n = 30$. Il faut 30 passages.

Correction de l'exercice 15

1. On ajoute 50 € par an : u est arithmétique de raison 50, donc $u(n) = 100 + 50n$.

2. 15 ans correspond à $n = 5$: $u(5) = 100 + 250 = 350$ €.

3. $100 + 50n = 1\,000$ donne $50n = 900$, $n = 18$: Helin aura 1 000 € à $10 + 18 = 28$ ans.

Correction de l'exercice 16

1. $a(1) = 1\,500 + 7 = 1\,507$ €.

2. $a(n+1) = a(n) + 7$: la suite a est arithmétique de raison 7, donc $a(n) = 1\,500 + 7n$.

3. Le 7e mois correspond à $n = 6$: $a(6) = 1\,500 + 42 = 1\,542$ €.

4. On résout $1\,500 + 7n > 2\,000$, soit $7n > 500$, $n > 71{,}4\ldots$ Le premier rang est $n = 72$ ($a(71) = 1\,997$ et $a(72) = 2\,004$) : c'est le 73e mois.

Correction de l'exercice 17

1. Chaque année, on ajoute 6 % de 3 000 €, soit $0{,}06 \times 3\,000 = 180$ € : $C(n+1) = C(n) + 180$. La suite C est arithmétique de raison 180.

2. $C(n) = 3\,000 + 180n$. **3.** $C(10) = 3\,000 + 1\,800 = 4\,800$ €.

4. On résout $3\,000 + 180n \geqslant 6\,000$, soit $n \geqslant \frac{3\,000}{180} \approx 16{,}7$: le capital aura doublé au bout de 17 ans.

5. On résout $3\,000 + 180n > 10\,000$, soit $n > \frac{7\,000}{180} \approx 38{,}9$: au bout de 39 ans.

Correction de l'exercice 18

1. $U(1) = 800$, $U(2) = 1\,000$, $U(3) = 1\,200$, $U(4) = 1\,400$.

2. Chaque mètre supplémentaire coûte 200 € : U est arithmétique de raison 200 et de premier terme $U(1) = 800$.

3. La suite commence au rang 1 : $U(n) = U(1) + (n-1) \times 200$, donc $U(13) = 800 + 12 \times 200 = 3\,200$ €.

4. Un forage à 12 mètres correspond à $U(13) = 3\,200$ € avec l'entreprise A, contre 3 500 € avec l'entreprise B : l'entreprise A est la plus avantageuse.

3 Suites géométriques

Correction de l'activité « La légende de l'échiquier »

a) $u(1) = 2$, $u(2) = 4$, $u(3) = 8$, $u(4) = 16$, $u(5) = 32$, $u(6) = 64$, $u(7) = 128$, $u(8) = 256$.

b) On multiplie par 2 : $u(n+1) = 2\,u(n)$. La suite est géométrique de raison 2.

c) $u(2) = 2 \times u(1)$; $u(3) = 2 \times u(2) = 2^2 \times u(1)$; $u(4) = 2^3 \times u(1)$.

d) $u(n) = 2^{n-1} \times u(1) = 2^{n-1} \times 2 = 2^n$.

e) $u(64) = 2^{64} \approx 1{,}8 \times 10^{19}$ grains, sur la seule dernière case ! La demande n'avait rien de modeste : c'est très largement plus que toute la production mondiale de blé. C'est la force d'une croissance exponentielle.

Correction de l'exercice 19

On multiplie les coefficients multiplicateurs : $1{,}08 \times 0{,}9 \times 1{,}2 = 1{,}1664$. Le taux d'évolution global est $1{,}1664 - 1 = 0{,}1664$, soit une hausse de $16{,}64\,\%$ (et non de $8 - 10 + 20 = 18\,\%$: les pourcentages ne s'additionnent pas).

Correction de l'exercice 20

1. $u(1) = 0{,}5 \times 4 = 2$, $u(2) = 8$, $u(3) = 32$.

2. a) $v(n+1) = 3\,v(n)$ et $v(n) = 2 \times 3^n$. b) $v(19) = 2 \times 3^{19}$: $k = 19$.

3. $w(n) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ et $w(10) = 2 \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{2^9} = \frac{1}{512}$.

4. $V(10) = 5 \times 3^{10} = 5 \times 59\,049 = 295\,245$.

5. Du rang 6 au rang 15 il y a 9 pas : $V'(15) = V'(6) \times 2^9$, donc $V'(6) = \dfrac{2^{18}}{2^9} = 2^9 = 512$.

Correction de l'exercice 21

1. $u(3) = u(0) \times 2^3$, soit $12 = 8\,u(0)$, d'où $u(0) = 1{,}5$.

2. $u(2) = u(0) \times q^2$, soit $12 = 3q^2$, donc $q^2 = 4$. Comme $q > 0$, $q = 2$.

3. $u(4) = u(2) \times q^2$, soit $1 = 4q^2$, $q^2 = \frac{1}{4}$, et $q > 0$ donc $q = \frac{1}{2}$.
$u(2) = u(0) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$, soit $4 = \frac{u(0)}{4}$, donc $u(0) = 16$. Ainsi $u(n) = 16 \times 0{,}5^n$.

Correction de l'exercice 22

a) Diviser par 2, c'est multiplier par $\frac{1}{2}$: **oui**, premier terme 2, raison $\frac{1}{2}$.

b) $\dfrac{v(n+1)}{v(n)} = \dfrac{3^{n+1}}{3^n} = 3$: **oui**, premier terme $v(0) = 1$, raison 3.

c) $\dfrac{w(n+1)}{w(n)} = \dfrac{4^n}{4^{n+1}} = \dfrac{1}{4}$: **oui**, premier terme $w(0) = 1$, raison $\frac{1}{4}$.

d) $a(0) = 1$, $a(1) = \frac{1}{2}$, $a(2) = \frac{1}{3}$: $\frac{a(1)}{a(0)} = \frac{1}{2}$ mais $\frac{a(2)}{a(1)} = \frac{2}{3}$. Les quotients ne sont pas égaux : **non**.

Correction de l'exercice 23

Toutes ces suites sont géométriques, de premier terme strictement positif :

1. raison 0,5, comprise entre 0 et 1 : u est strictement décroissante ;
2. raison $9 > 1$: v est strictement croissante ;
3. raison $2 > 1$: w est strictement croissante ;
4. raison $1{,}24 > 1$: t est strictement croissante ;
5. raison $0{,}5 \in]0\,;1[$: s est strictement décroissante.

Correction de l'exercice 24

1. $u(0) = 10\,000$ et $u(1) = 10\,000 \times 1{,}1 = 11\,000$.

2. Augmenter de $10\,\%$, c'est multiplier par 1,1 : on passe d'un terme au suivant en multipliant par 1,1. La suite u est géométrique de raison 1,1.

3. $u(n) = 10\,000 \times 1{,}1^n$. En 2030, $n = 12$: $u(12) = 10\,000 \times 1{,}1^{12} \approx 10\,000 \times 3{,}14 = 31\,400$

habitants environ.

Correction de l'exercice 25

1. Au départ, le gâteau est entier : $u(0) = 1$. Puis $u(1) = 0{,}5$.

2. À chaque passage, il reste la moitié de ce qu'il y avait : on multiplie par 0,5. La suite u est géométrique de raison 0,5, et $u(n) = 0{,}5^n$.

3. $u(6) = 0{,}5^6 = \frac{1}{64} > \frac{1}{100}$ et $u(7) = 0{,}5^7 = \frac{1}{128} < \frac{1}{100}$. Il reste moins de 1 % du gâteau après 7 passages.

Correction de l'exercice 26

1. Perdre 20 %, c'est multiplier par 0,8 : $50\,200 \times 0{,}8 = 40\,160$ € en 2003, puis 32 128 € en 2004 et 25 702,40 € en 2005.

2. On multiplie chaque année par 0,8 : c'est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme 50 200.

Correction de l'exercice 27

1. Augmenter de 5 %, c'est multiplier par 1,05 : y est géométrique de raison 1,05 et de premier terme $y(0) = 3\,500$, donc $y(n) = 3\,500 \times 1{,}05^n$.

2. $3\,500 \times 1{,}05^n > 5\,000 \iff 1{,}05^n > \dfrac{5\,000}{3\,500} = \dfrac{10}{7}$ (on divise par $3\,500 > 0$).

3. D'après le tableau, $1{,}05^7 \approx 1{,}407 < 1{,}43$ et $1{,}05^8 \approx 1{,}477 > 1{,}43$. Le premier rang est $n = 8$: Yoann battra le record d'Alicia au bout de 8 semaines.

Correction de l'exercice 28

1. $u(0) = 0{,}01$ et $u(1) = 0{,}01 \times 0{,}92 = 0{,}0092$.

2. Diminuer de 8 %, c'est multiplier par 0,92 : $u(n+1) = 0{,}92\,u(n)$. La suite est géométrique de raison 0,92, donc $u(n) = 0{,}01 \times 0{,}92^n$.

3. $u(n) < 0{,}001 \iff 0{,}01 \times 0{,}92^n < 0{,}001 \iff 0{,}92^n < 0{,}1$. D'après le tableau, $0{,}92^{27} \approx 0{,}1053 > 0{,}1$ et $0{,}92^{28} \approx 0{,}0968 < 0{,}1$. La masse devient inférieure à 0,001 mg au bout de 28 jours.

4. La masse est divisée par deux lorsque $u(n) < 0{,}005$, c'est-à-dire $0{,}92^n < 0{,}5$. D'après le tableau, $0{,}92^8 \approx 0{,}5132 > 0{,}5$ et $0{,}92^9 \approx 0{,}4722 < 0{,}5$. La masse est divisée par deux entre le 8$^{\text{e}}$ et le 9$^{\text{e}}$ jour : la demi-vie de l'iode 131 est comprise entre 8 et 9 jours.

Correction de l'exercice 29

1. $A(0) = 120$, $A(1) = 60$, $A(2) = 30$, $A(3) = 15$.

2. À chaque demi-vie, l'activité est divisée par 2 : $A(n+1) = 0{,}5\,A(n)$. La suite A est géométrique de raison 0,5.

3. Son premier terme 120 est positif et sa raison 0,5 est comprise entre 0 et 1 : la suite A est décroissante.

4. On poursuit : $A(4) = 7{,}5$, $A(5) = 3{,}75$, $A(6) = 1{,}875$, $A(7) = 0{,}937\,5$, $A(8) = 0{,}468\,75 > 0{,}25$ et $A(9) = 0{,}234\,375 < 0{,}25$. L'activité passe sous 0,25 MBq au bout de 9 demi-vies, soit

$9 \times 3 = 27$ jours.

5. $A(n) = 120 \times 0{,}5^n$. Dans une cellule de tableur, on tape `=120*0,5^20`. Au bout de 20 demi-vies, soit 60 jours, l'activité ($\approx 0{,}000\,114$ MBq) est devenue négligeable : l'échantillon n'est pratiquement plus radioactif.

4 Problèmes de synthèse

Correction de l'exercice 30

1. $8-(-5) = 13$ et $21-8 = 13$: les écarts sont égaux, la suite **pourrait être arithmétique** de raison 13. En revanche $\frac{8}{-5} = -1{,}6$ et $\frac{21}{8} = 2{,}625$: elle ne peut pas être géométrique.

2. $10-(-5) = 15$ et $-20-10 = -30$: pas arithmétique. $\frac{10}{-5} = -2$ et $\frac{-20}{10} = -2$: elle **pourrait être géométrique** de raison -2 (mais ses termes ne sont pas tous positifs : ce cas sort du cadre étudié cette année).

3. Les deux écarts valent 1 111 111 : la suite pourrait être arithmétique de raison 1 111 111 ; les quotients ($\approx 1{,}47$ puis $\approx 1{,}32$) sont différents, elle ne peut pas être géométrique.

Correction de l'exercice 31

Contrat n° 1. a) On multiplie par 1,05 chaque année : u est géométrique de raison 1,05 et commence au rang 1, donc $u(n) = 7\,000 \times 1{,}05^{n-1}$.
b) $u(7) = 7\,000 \times 1{,}05^6 \approx 7\,000 \times 1{,}34010 = 9\,380{,}70$ €.
c) On additionne les sept loyers :
$7\,000 + 7\,000 \times 1{,}05 + \cdots + 7\,000 \times 1{,}05^6 = 7\,000 \times (1 + 1{,}05 + \cdots + 1{,}05^6) \approx 7\,000 \times 8{,}142 = 56\,994$ €.

Contrat n° 2. a) On ajoute 400 € chaque année : v est arithmétique de raison 400, donc $v(n) = 7\,000 + 400(n-1)$.
b) $v(7) = 7\,000 + 400 \times 6 = 9\,400$ €.
c) $7\,000 + 7\,400 + 7\,800 + 8\,200 + 8\,600 + 9\,000 + 9\,400 = 57\,400$ €.

Conclusion. Sur 7 ans, le contrat n° 1 coûte environ 56 994 € contre 57 400 € pour le contrat n° 2 : le contrat n° 1 est le plus avantageux pour le locataire. Mais attention : la croissance exponentielle finit toujours par l'emporter. On peut vérifier au tableur que, dès la 8$^{\text{e}}$ année, le loyer annuel du contrat n° 1 dépasse celui du contrat n° 2 ($\approx 9\,849{,}70$ € contre 9 800 €), et sur 10 ans le contrat n° 1 coûterait au total plus cher ($\approx 88\,045$ € contre 88 000 €).

Correction de l'exercice 32

1. $u(0)$ est l'aire occupée fin 2020 : $u(0) = 90$. La surface augmente d'abord de 5 % : $90 \times 1{,}05 = 94{,}5$; puis on retire 10 hectares : $94{,}5 - 10 = 84{,}5$. Donc $u(1) = 84{,}5$.

2. Chaque année, on multiplie par 1,05 (hausse de 5 %), puis on soustrait 10 (hectares éliminés) : $u(n+1) = 1{,}05\,u(n) - 10$.

3. Multiplier par 1,05, c'est ajouter 5 % : $1{,}05 \times 84{,}5 = 84{,}5 + 4{,}225 = 88{,}725$, donc $u(2) = 78{,}725$. Puis $1{,}05 \times 78{,}725 = 78{,}725 + 3{,}936\,25 = 82{,}661\,25$, donc $u(3) = 72{,}661\,25 \approx 72{,}661$.

4. $u(1) - u(0) = -5{,}5$ et $u(2) - u(1) = -5{,}775$: les écarts sont différents, la suite n'est pas arithmétique.
$\frac{u(1)}{u(0)} \approx 0{,}939$ et $\frac{u(2)}{u(1)} \approx 0{,}932$: les quotients sont différents, la suite n'est pas géométrique.

5. On continue tant que l'aire est encore supérieure ou égale à 6 hectares :

```
u = 90
n = 0
while u >= 6:
    u = 1.05 * u - 10
    n = n + 1
print(n)
```

D'après le tableau, $u(11) \approx 11{,}863 \geqslant 6$ et $u(12) \approx 2{,}456 < 6$: le programme affiche `12`. Le plan prendra fin en $2020 + 12 = 2032$.