# Fiche de synthèse – Suites numériques

Mathématiques – Première (enseignement scientifique)

## 1. Vocabulaire et notations

Une **suite** $u$ associe à tout entier naturel $n$ un nombre $u(n)$, aussi noté $u_n$ : c'est le **terme de rang** $n$. La suite entière se note $u$ ou $(u_n)$.

— $u(0)$ : terme initial (parfois la suite commence à $u(1)$).
— $u(n+1)$ : terme *suivant* $u(n)$. $u(n)+1$ : $u(n)$ plus 1. **À ne pas confondre !**

## 2. Deux façons de définir une suite

**Explicite :** $u(n)$ en fonction de $n$.
Ex. $u(n) = 15+4n \Rightarrow u(10) = 15+40 = 55$ directement.

**Par récurrence :** terme initial + $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$.
Ex. $C(0) = 500\,000$, $C(n+1) = 1{,}1\,C(n) \Rightarrow C(1) = 550\,000$, $C(2) = 605\,000\ldots$ On calcule **de proche en proche** (tableur, calculatrice, Python).

## 3. Modéliser une situation

1. Calculer à la main 2 ou 3 cas en **écrivant le calcul**.
2. Repérer ce qui change d'un cas à l'autre.
3. *Explicite :* remplacer le nombre qui change par $n$. *Récurrence :* écrire comment on passe d'un terme au suivant.
4. Vérifier la formule sur un cas déjà calculé.

## 4. Représentation et variations

**Représentation :** nuage des points $\big(n\,;\,u(n)\big)$, **non reliés**.

**Variations :** on étudie le signe de $u(n+1)-u(n)$.

— $u(n+1)-u(n) \geqslant 0$ pour tout $n$ : $u$ **croissante** ;
— $u(n+1)-u(n) \leqslant 0$ pour tout $n$ : $u$ **décroissante**.

Ex. $u(n) = n^2$ : $u(n+1)-u(n) = 2n+1 > 0$, donc $u$ est croissante.
*Calculer quelques termes permet de conjecturer, pas de démontrer.*

## 5. Pourcentages et coefficient multiplicateur

Augmenter de $t\,\%$, c'est multiplier par $1+\dfrac{t}{100}$.

Baisser de $t\,\%$, c'est multiplier par $1-\dfrac{t}{100}$.

| Évolution | $+10\,\%$ | $+3\,\%$ | $-8\,\%$ | moitié |
|---|---|---|---|---|
| Coefficient | 1,1 | 1,03 | 0,92 | 0,5 |

Évolutions successives : on **multiplie** les coefficients, on n'additionne pas les pourcentages ($+8\,\%$, $-10\,\%$, $+20\,\%$ : $1{,}08 \times 0{,}9 \times 1{,}2 = 1{,}1664$, soit $+16{,}64\,\%$).

## 6. Problème de seuil : « à partir de quand ? »

**Suite arithmétique :** on résout l'inéquation, puis on prend le plus petit (ou le plus grand) entier qui convient.
Ex. $15+4n \leqslant 100 \iff 4n \leqslant 85 \iff n \leqslant 21{,}25$ : au plus 21 séances.

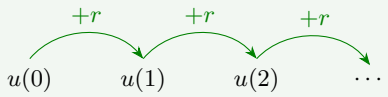
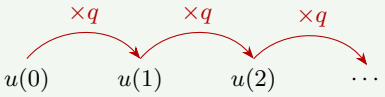
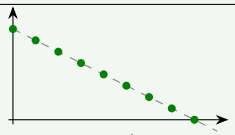
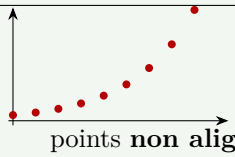
**Suite géométrique :** on se ramène à $q^n > \ldots$ en divisant par le premier terme, puis on lit un **tableau de valeurs** (donné, ou tableur, Python). On cite **les deux valeurs qui encadrent le seuil**.
Ex. $500\,000 \times 1{,}1^n > 10^6 \iff 1{,}1^n > 2$ ; $1{,}1^7 \approx 1{,}949 < 2$ et $1{,}1^8 \approx 2{,}144 > 2$, donc $n = 8$ : l'année 2026.

**Toujours conclure en revenant à la situation** (année, mois, nombre de jours…).

```
1  C = 500000
2  n = 0
3  while C <= 1000000:
4      C = 1.1 * C
5      n = n + 1
6  print(n)
```

On répète `while` tant que le seuil n'est *pas* atteint ; à la fin, `n` est le premier rang qui convient.

## 7. Suites arithmétiques et géométriques

| | **Suite arithmétique de raison $r$** | **Suite géométrique de raison $q$** |
|---|---|---|
| **Principe** | on **ajoute** toujours $r$   | on **multiplie** toujours par $q$   |
| **Type de croissance** | **linéaire** | **exponentielle** (cette année : $u(0) > 0$, $q > 0$) |
| **Récurrence** | $u(n+1) = u(n) + r$ | $u(n+1) = q \times u(n)$ |
| **Terme général** | $\boxed{u(n) = u(0) + n\,r}$ | $\boxed{u(n) = u(0) \times q^n}$ |
| **Si début au rang 1** | $u(n) = u(1) + (n-1)\,r$ | $u(n) = u(1) \times q^{n-1}$ |
| **Entre deux rangs** | $u(n) = u(p) + (n-p)\,r$ | $u(n) = u(p) \times q^{n-p}$ |
| **Variations** | $r > 0$ : strictement croissante<br>$r < 0$ : strictement décroissante<br>$r = 0$ : constante | $q > 1$ : strictement croissante<br>$0 < q < 1$ : strictement décroissante<br>$q = 1$ : constante |
| **Représentation** |  points **alignés** (droite $y = u(0) + r\,x$) |  points **non alignés** |
| **Prouver que la suite l'est** | $u(n+1) - u(n)$ est constante (c'est $r$) | $\dfrac{u(n+1)}{u(n)}$ est constant (c'est $q$) |
| **Prouver qu'elle ne l'est pas** | deux écarts consécutifs différents | deux quotients consécutifs différents |
| **Mots-clés d'énoncé** | « +300 € par mois », « 2 cm de plus », « intérêts simples » | « +5 % par an », « perd 20 % », « la moitié », « intérêts composés » |
| **Exemple** | $u(0) = 4$, $r = -0{,}5$ : $u(n) = 4 - 0{,}5n$, décroissante | $C(0) = 500\,000$, +10 % par an : $C(n) = 500\,000 \times 1{,}1^n$, croissante |

**Ni l'un ni l'autre :** par exemple $u(n+1) = 1{,}05\,u(n) - 10$ (on multiplie *et* on soustrait) : pas de formule explicite, on calcule de proche en proche. **À long terme**, une croissance exponentielle finit toujours par dépasser une croissance linéaire.