
MATHEMATIQUES

E3C : second degré (1), corrigé

1. La hauteur est donnée par $h(0)$.
 $h(0) = 0,5 \times 0^2 - 4,5 \times 0 + 7 = 7$.
Le skateur se lance d'une hauteur de 7 m.

2. a. On lit graphiquement $h(2) = 0$

Par le calcul

On a aussi :

$$h(2) = 0,5 \times 2^2 - 4,5 \times 2 + 7 = 2 - 9 + 7 = 0.$$

- b. $h(7) = 0,5 \times 7^2 - 4,5 \times 7 + 7 = 24,5 - 31,5 + 7 = 0$.

On en déduit que 7 est une racine du polynôme du second degré $h(x)$.

D'après la question précédente, 2 est aussi une racine de $h(x)$.

En prenant $x_1 = 2$ et $x_2 = 7$, on obtient :

$$h(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = 0,5(x - 2)(x - 7)$$

3. Le skateur est en dessous de son point d'arrivée lorsque $h(x) < 0$.
On lit les solutions sur le graphique : $]2 ; 7[$.

Autrement

On pouvait également réaliser un tableau de signes de $h(x)$ en utilisant la forme factorisée.

4. La parabole est tournée vers le haut ($a = 0,5 > 0$), ainsi la fonction h présente un minimum. Il est atteint pour la moyenne des racines du polynôme, soit :

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2 + 7}{2} = 4,5$$

Le minimum est donné par l'ordonnée du point d'abscisse 4,5 de la courbe représentant h .

$$h(4,5) = 0,5 \times 4,5^2 - 4,5 \times 4,5 + 7 = -3,125.$$

Parabole

Les coordonnées du sommet S d'une parabole sont données par :

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ et } y_S = h(x_S).$$

Cela signifie que le skateur est au point le plus bas de sa trajectoire pour $x = 4,5$ m. La position la plus basse du skateur est donc 3,125 mètres en dessous de son point d'arrivée.

MATHEMATIQUES

E3C : second degré (4), corrigé

1. a. D'après le tableau de valeurs, on a $r(0) = 0$ et $r(110) = 0$. On en déduit que les racines de r sont 0 et 110.

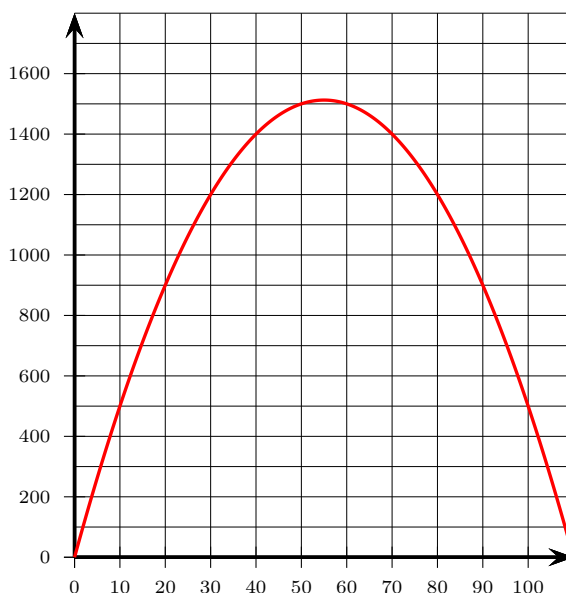
b. La forme factorisée de r est donnée par :

$$r(x) = -0,5(x - 0)(x - 110) = -0,5x(x - 110)$$

A savoir

Si x_1 et x_2 sont les racines d'un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$ alors sa forme factorisée est donnée par : $a(x - x_1)(x - x_2)$.

2. a. La fonction r est une fonction polynôme du second degré avec $a = -0,5 < 0$. Elle est donc représentée par une parabole tournée vers le bas. De plus 0 et 110 sont les racines de r , la parabole coupe l'axe des abscisses en 0 et 110.



b. L'abscisse x_S du sommet S de la parabole est donné par :

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 110}{2} = 55$$

Son ordonnée y_S est donnée par l'image de son abscisse par r , soit $r(55)$.

$$\begin{aligned} r(55) &= -0,5 \times 55^2 + 55 \times 55 \\ &= 1512,5 \end{aligned}$$

Les coordonnées S du sommet de la parabole sont donc : $(55 ; 1512,5)$.

3. D'après les questions précédentes, on en déduit le tableau de variations de r sur $[0 ; 110]$:

x	0	55	110
$f(x)$	0	1512,5	0