

Exercices polynômes de degré 3

Exercice 1 - Equation se ramenant à $x^3 = c$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^3 = 75$; b) $x^3 = -8$; c) $3x^3 + 1 = 7$; d) $5 - 2x^3 = 3$.

Exercice 2 - Développer, réduire et ordonner :

a) $f(x) = (2x - 3)(x + 1)(x + 3)$; b) $f(x) = 4(x - 3)(x - 1)(x + 2)$; c) $f(x) = -3(x - 1)(x + 2)^2$;

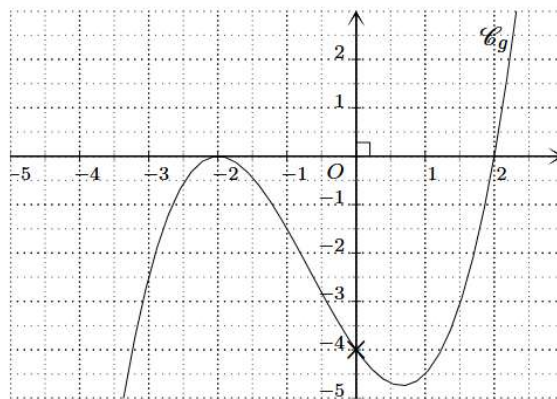
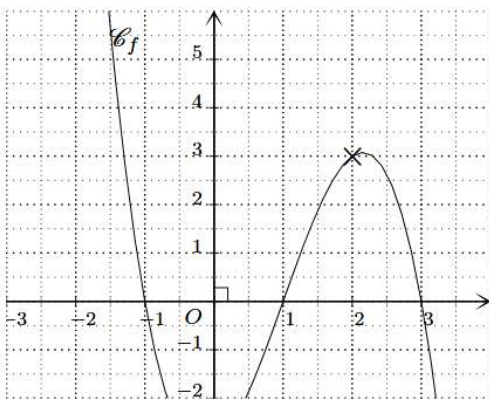
Exercice 3 - Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 2x + 6$.

1. Montrer que pour tout réel x , $f(x) = 2(x - 1)(x + 1)(x - 3)$.
2. En déduire les racines de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5 - Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^3 + 21x - 18$.

1. Vérifier que -3 est une racine de f .
On admet que 1 et 2 sont également des racines de f .
2. En déduire une factorisation $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 6 - Soit f et g deux fonctions polynômes de degré 3 dont les courbes sont représentées ci-dessous. Déterminer les expressions de $f(x)$ et $g(x)$.

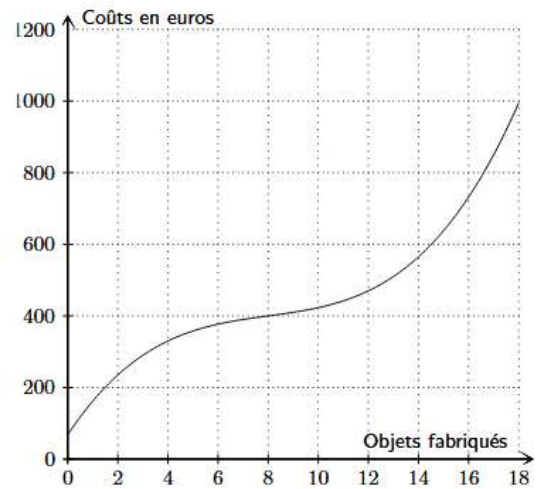


Exercice 7 - Dans chaque cas, dresser le tableau de signes :

a) $f(x) = (x - 3)(x + 1)(x + \frac{3}{2})$; b) $f(x) = -4(x - 3)(x - 1)(x + 2)$;

Exercice 9 -

Une entreprise familiale fabrique des objets en bois. On suppose qu'elle vend tous les objets qu'elle fabrique. la fabrication peut varier entre 0 et 18 objets. On appelle x le nombre d'objets fabriqués et vendus par l'entreprise. Le coût de fabrication en euros d'un nombre x d'objets, est donné par la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 12x^2 + 105,5x + 68$, dont on a tracé ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$.



1. Etude des coûts de fabrication

- Quels sont les coûts fixes de l'entreprise ?
- Donner le coût de fabrication de 6 objets.
- Pour combien d'objets produits, le coût de fabrication est-il de 400 € ?

2. Etude de la recette

Chaque objet fabriqué est vendu 50 €.

- Donner l'expression de la fonction recette $g(x)$.
- Tracer la droite D , courbe représentative de la fonction recette dans le même repère que la courbe $\mathcal{C}_f$.
- Déterminer graphiquement l'intervalle sur lequel l'entreprise réalise un bénéfice. Justifier la réponse.

3. Etude du bénéfice

On considère la fonction h définie par $h(x) = g(x) - f(x)$.

- Montrer que $h(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 12x^2 - 55,5x - 68$.
- Que représente la fonction h étudiée dans cette partie ?
- Calculer $h(8)$, $h(-1)$ et $h(17)$.
- En déduire une factorisation de h .
- Dresser le tableau de signes de $h(x)$ sur $[0 ; 18]$.
- Pour combien d'objets fabriqués, l'entreprise est-elle rentable ?