

Activité découverte suites arithmétiques et géométriques :

Alice et Pierre ont préparé chacun un programme d'entraînement à la course à pied en vue de participer à un semi-marathon (21,1 km)

Ils décident de s'entraîner une fois par semaine selon les programmes suivants :

- Ils démarrent leur premier entraînement par une distance de 3 000 m ;
- A chaque entraînement, Alice augmente sa distance de course de 450 m ;
- A chaque entraînement, Pierre augmente sa distance de course de 10 %.

Ils considèrent leur préparation achevée lorsqu'ils auront atteint pour la première fois la distance du semi-marathon.

Objectifs de l'exercice :

Comparer les deux entraînements.

Déterminer combien de semaines va durer la préparation de chacun des coureurs.

u_n et v_n désignent respectivement les distances en mètres, parcourues par Alice et Pierre, lors de la n-ième semaine et on pose $u_1 = v_1 = 3\,000$.

Partie 1 : Étude de l'entraînement d'Alice

1a) Calculer u_2 , u_3 et u_4 .

1b) Écrire une relation reliant u_{n+1} et u_n .

Cette suite est appelée une suite arithmétique :

Une suite arithmétique est une suite définie par récurrence ainsi : $u_{n+1} = u_n + r$. Par exemple :

$w_{n+1} = w_n + 4$ est une suite arithmétique.

Partie 2 : Étude de l'entraînement de Pierre :

2a) Calculer v_2 , v_3 et v_4 .

2b) Écrire une relation reliant v_{n+1} et v_n .

Cette suite est appelée une suite géométrique :

Une suite arithmétique est une suite définie par récurrence ainsi : $u_{n+1} = q \times u_n$. Par exemple :

$z_{n+1} = 4 \times z_n$ est une suite géométrique.

Partie 3 : Comparaison des deux suites :

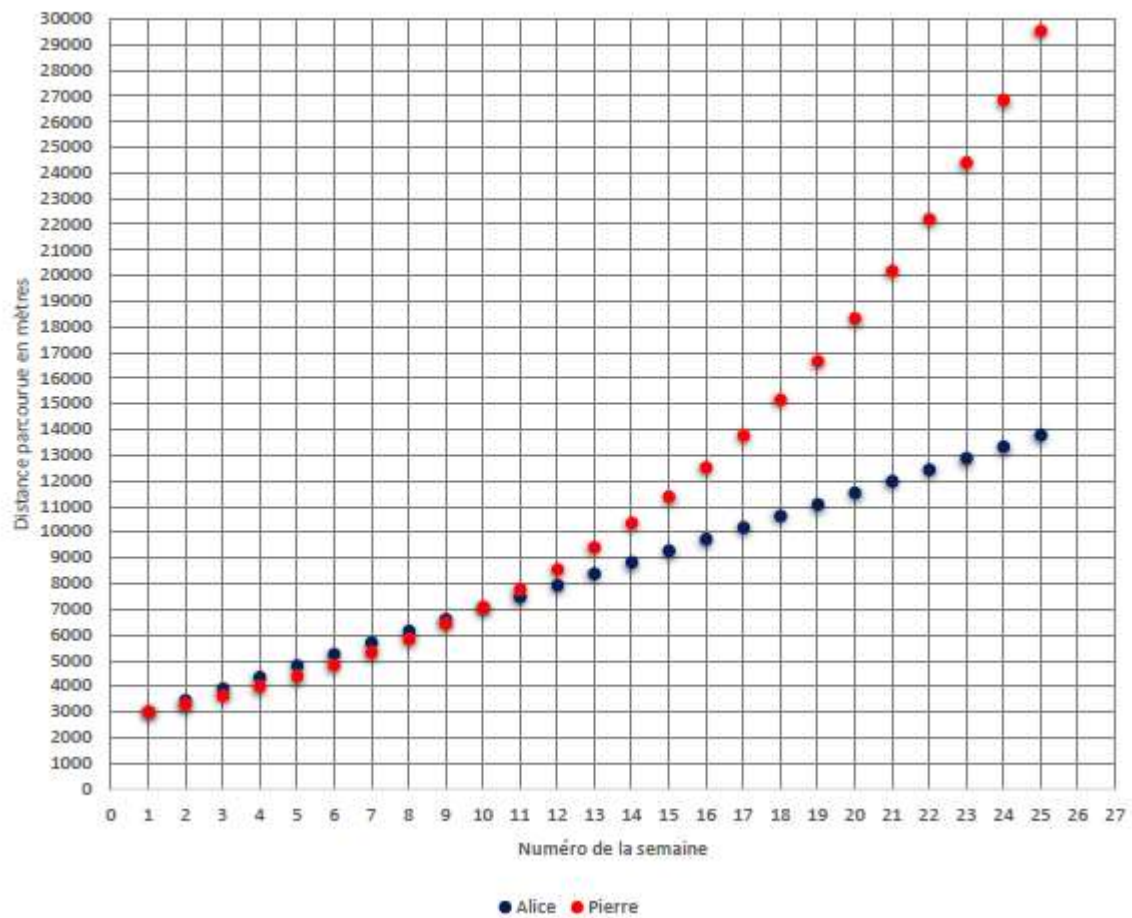
3a) Quelle formule doit on rentrer dans la cellule B3 pour calculer u_2 . (3min)

3b) Quelle formule doit-on rentrer dans la cellule C3 pour calculer v_2 . (3min)

Grâce à la feuille de calcul obtenu à la question précédente, nous avons pu représenter les deux suites dans le dessin ci-dessous.

	A	B	C
1	n	u(n)	v(n)
2	1	3000	3000
3	2		
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
11	10		
12	11		
13	12		
14	13		

Distance parcourue en fonction du numéro de la semaine d'entrainement



- 4a) Au bout de combien de temps la distance parcourue par Pierre dépassera celle d'Alice ?
- 4b) Lequel des deux va courir pour la première fois en entraînement la distance du semi-marathon ?
- 5) Combien de semaines faudra-t-il à Alice pour parcourir la distance du semi-marathon avec un tel entraînement ?