

Rattrapage Semestre 2

Première STMG

Dérivation, Suites, Probabilités

Durée : 2 h

La calculatrice est INTERDITE

Nom : _____

Prénom : _____

Classe : _____

Consignes

- La qualité de la rédaction sera prise en compte.
- Justifier les réponses.
- Encadrer les résultats importants.
- Toute trace de recherche pertinente sera valorisée.

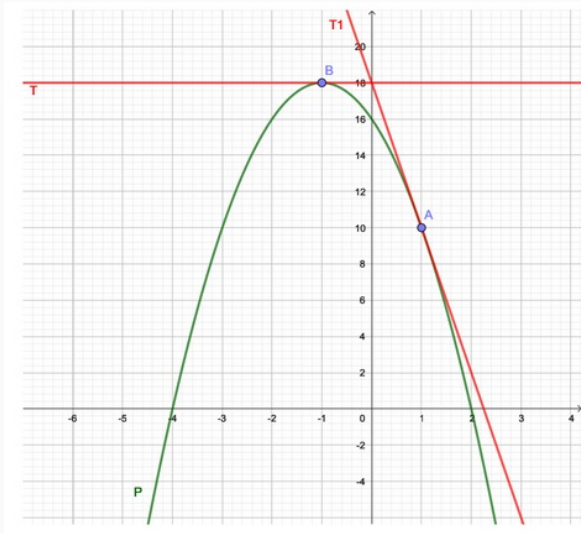
Barème

- Exercice 1 : ... / 8
- Exercice 2 : ... / 8
- Exercice 3 : ... / 4

Exercice 1 – Dérivation

Partie A :

On donne la parabole $\mathcal{C}$ ci-dessous représentative d'un polynôme f de degré deux. On admet que f est dérivable en tout nombre réel. En plus de $\mathcal{C}$ on a tracé la tangente T_1 au point d'abscisse 1 de $\mathcal{C}$ ainsi que la tangente T au point d'abscisse -1 de $\mathcal{C}$.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer la valeur de $f(1)$, de $f'(1)$ et de $f'(-1)$.
2. Déterminer l'équation réduite de T_1 et de T .
3. En quel(s) point(s) la parabole $\mathcal{C}$ semble-t-elle admettre une tangente parallèle à l'axe des abscisses ?

Partie B :

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 4x + 16$.

1. Déterminer pour tout nombre réel x la fonction $f'(x)$.
2. Déterminer par le calcul $f'(1)$ et $f(1)$.
3. En déduire l'équation réduite de T_1 .
4. Déterminer le tableau de signe de f' sur $\mathbb{R}$.
5. En déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 – Suites et modélisation

Une biologiste désire étudier l'évolution de la population de tortues sur une île.

En 2025, elle estime qu'il y a 800 tortues sur l'île.

A. Premier modèle

Chaque année, la population de tortues baisse de 25 %.

1. Montrer qu'en 2026, il y aura 600 tortues sur l'île.
2. Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de tortues sur l'île pour l'année $2025 + n$.

On a donc $u_0 = 800$.

- a) Indiquer ce que représente u_2 et calculer sa valeur.
 - b) Déterminer la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.
 - c) Donner les variations de cette suite.
3. Selon ce modèle, la population de tortues est-elle menacée d'extinction ? Justifier.

B. Second modèle

On admet que l'évolution du nombre de tortues est modélisée par la suite (v_n) définie par :

$$\begin{cases} v_{n+1} &= 0,5v_n + 100 & ; & n \in \mathbb{N} \\ v_0 &= 800 \end{cases}$$

où v_n désigne le nombre de tortues sur l'île pour l'année $2025 + n$.

1. Avec ce modèle, quelle sera la population de tortues en 2026 ?

Détailler le calcul.

2. La feuille de calcul ci-contre donne les valeurs des premiers termes de la suite (v_n) .

Quelle formule, destinée à être étirée vers le bas, faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les termes de la suite (v_n) ?

3. Indiquer en quelle année la population de tortues passera pour la première fois sous les 220 individus.

n	v_n
0	800
1	500
2	350
3	275
4	238
5	219
6	209
7	205
8	202

Exercice 3 – Probabilités

Indiquer, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Afin de lutter contre une maladie dans un élevage, un test a été mis en place.
 En principe, ce test est POSITIF lorsque l'animal est malade, et NÉGATIF lorsqu'il ne l'est pas.
 Toutefois, ce test peut commettre des erreurs.
 Le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus sur 100 animaux.

	Animal sain	Animal malade	Total
Test positif	2	8	10
Test négatif	83	7	90
Total	85	15	100

- a) On choisit un animal au hasard parmi les 100 animaux testés.

Affirmation 1 :

La probabilité que l'animal ne soit pas malade ou soit testé positif est égale à $\frac{105}{100}$.

- b) On choisit un animal au hasard parmi ceux ayant eu un test positif.

Affirmation 2 :

Il y a 20 % de chances que l'animal ne soit pas malade.

- c) On choisit un animal au hasard parmi les 100 animaux testés.

Affirmation 3 :

La probabilité que l'animal soit concerné par une erreur de test est égale à 9 %.

2. Au basket-ball, un lancer franc peut être réussi ou manqué.

On admet que :

- la probabilité qu'un lancer franc soit réussi est égale à 0,8 ;
- les lancers francs sont indépendants les uns des autres.

Le joueur effectue deux lancers francs.

Affirmation 4 :

La probabilité qu'exactement un lancer franc soit réussi sur les deux est égale à 0,16.