

Racines carrées

Feuille d'exercices

Mathématiques – Seconde

Sans calculatrice, sauf indication contraire. Chaque réponse doit être justifiée.

1 Calculs avec les racines carrées

Exercice 1: Effectuer des calculs sans calculatrice

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice :

$$A = \sqrt{4} \quad B = (\sqrt{11})^2$$
$$C = \sqrt{(-6)^2} \quad D = \sqrt{5^4}$$

Correction de l'exercice 1

$$A = \sqrt{4} = 2$$

$$B = (\sqrt{11})^2 = 11$$

$$C = \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$D = \sqrt{5^4} = \sqrt{625} = 25$$

Attention : $\sqrt{(-6)^2} = 6$ et non -6 , car une racine carrée est toujours positive (on a $\sqrt{x^2} = x$ uniquement lorsque $x \geq 0$; ici $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36}$).

Exercice 2: Déterminer des valeurs exactes

Déterminer les valeurs exactes des nombres suivants :

$$A = \sqrt{7^2 + 3^2} \quad B = \sqrt{169 \times 144}$$

$$C = \sqrt{169} - \sqrt{144} \quad D = \sqrt{169 - 144}$$

Correction de l'exercice 2

$$A = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$$

$$B = \sqrt{169 \times 144} = \sqrt{169} \times \sqrt{144} = 13 \times 12 = 156$$

$$C = \sqrt{169} - \sqrt{144} = 13 - 12 = 1$$

$$D = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$$

Remarque : $C \neq D$, ce qui illustre que $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$ en général.

2 Écriture des racines carrées

Exercice 3: Écrire sous la forme $\sqrt{a}$ avec $a \in \mathbb{N}$

Écrire sous la forme $\sqrt{a}$ avec $a \in \mathbb{N}$:

$$A = \sqrt{7} \times \sqrt{6} \quad B = \sqrt{15} : \sqrt{5}$$

$$C = \sqrt{16} + \sqrt{9} \quad D = 4\sqrt{3}$$

Correction de l'exercice 3

$$A = \sqrt{7} \times \sqrt{6} = \sqrt{7 \times 6} = \sqrt{42}$$

$$B = \sqrt{15} : \sqrt{5} = \sqrt{15 \div 5} = \sqrt{3}$$

$$C = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 = \sqrt{49}$$

$$D = 4\sqrt{3} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{48}$$

Exercice 4: Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, b le plus petit possible

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels, et b est le plus petit possible :

$$A = \sqrt{50} \quad B = \sqrt{200}$$

$$C = \sqrt{147} \quad D = \sqrt{54}$$

Correction de l'exercice 4

$$A = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$C = \sqrt{147} = \sqrt{49 \times 3} = \sqrt{49} \times \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$D = \sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{9} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

3 Racines carrées et géométrie

Exercice 5: Les dimensions d'une pièce rectangulaire

Une pièce rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur a une aire de $12,5 \text{ m}^2$. Quelles sont ses dimensions ?

Correction de l'exercice 5

Notons x la largeur de la pièce, en mètres. La longueur vaut alors $2x$.
L'aire de la pièce est donnée par :

$$x \times 2x = 12,5 \iff 2x^2 = 12,5 \iff x^2 = 6,25$$

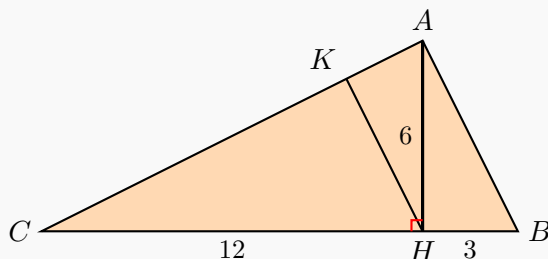
Comme x est une longueur, x est positif, donc :

$$x = \sqrt{6,25} = 2,5$$

La largeur mesure donc 2,5 m et la longueur $2 \times 2,5 = 5$ m.

Exercice 6: Racines carrées, Pythagore et Thalès

On considère la figure ci-dessous, où $(KH) \parallel (AB)$, le triangle AHC (resp. AHB) est rectangle en H , avec $AH = 6$, $CH = 12$ et $HB = 3$.



- 1) Calculer les valeurs exactes de AC et AB .
- 2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A .
- 3) Calculer la valeur exacte de KH .

Correction de l'exercice 6

1) Le triangle AHC est rectangle en H . D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 6^2 + 12^2 = 36 + 144 = 180 \implies AC = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$$

Le triangle AHB est rectangle en H . D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45 \implies AB = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$$

2) Comparons $AB^2 + AC^2$ et BC^2 :

$$AB^2 + AC^2 = 45 + 180 = 225$$

$$BC = CH + HB = 12 + 3 = 15 \implies BC^2 = 225$$

Donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$. D'après la **réci-proque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en A .

3) Dans le triangle CAB , les points $K \in (CA)$ et $H \in (CB)$ sont tels que $(KH) \parallel (AB)$. D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CA} = \frac{KH}{AB}$$

Or $\frac{CH}{CB} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$, donc :

$$KH = \frac{4}{5} \times AB = \frac{4}{5} \times 3\sqrt{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$