Sujet d'entraînement – DS n°2

Seconde générale – Mathématiques – Vecteurs du plan (première partie)

Durée conseillée : 1 h – *Calculatrice autorisée*

Nom : _____ Prénom : _____ Classe : _____

Consignes

- Les constructions sont à faire **directement sur les figures**, en laissant apparents les traits de construction.
- Chaque égalité vectorielle doit être justifiée (relation de Chasles, vecteurs égaux, parallélogramme...).
- Les longueurs sont données en **valeur exacte**.

Exercice 1 – Vrai ou faux ?

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, puis justifier (propriété du cours, figure ou contre-exemple).

1. Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

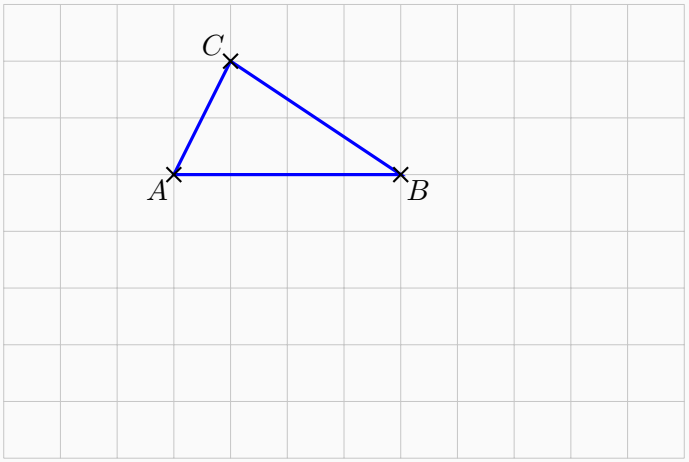
2. Deux vecteurs qui ont la même direction et la même norme sont égaux.

3. Pour tous points A, B et C : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

4. Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, alors I est le milieu du segment $[AB]$.

Exercice 2 – Construction et démonstration

On considère le triangle ABC ci-dessous.



1. Construire les points I, J, K et L définis par :

a) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$;

b) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$;

c) $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$;

d) $\overrightarrow{BL} = -2\overrightarrow{AC}$.

2. En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{AB}$.

3. Démontrer ensuite que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB}$.

4. En déduire que le quadrilatère $CIKJ$ est un parallélogramme.

5. *(Pour aller plus loin)* Démontrer que les points I, B, J et L sont alignés.

Exercice 3 – Michel Chasles (1793–1880) est votre ami !

À l'aide de sa célèbre relation, démontrer les égalités suivantes.

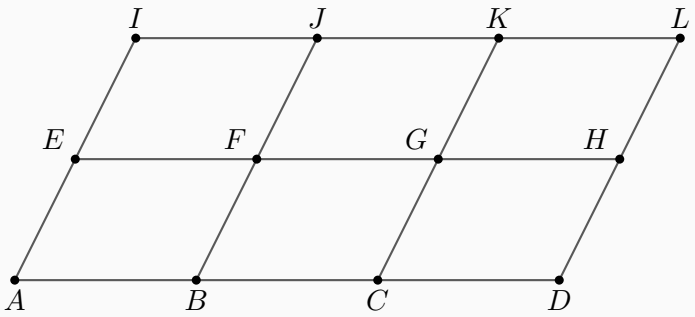
1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

2. $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA}$

3. $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

Exercice 4 – Lire une figure

Dans la figure ci-dessous, les six quadrilatères sont des parallélogrammes superposables : on passe de l'un à l'autre par une translation.



Compléter avec une lettre de la figure (aucune justification n'est demandée).

1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{G\ldots}$
2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{A\ldots}$
3. $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{F\ldots}$
4. $2\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{A\ldots}$
5. $\overrightarrow{CK} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{\ldots K}$
6. $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{GK} = \overrightarrow{E\ldots}$
7. L'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AJ}$ est le point $\ldots$
8. Citer deux vecteurs **opposés** au vecteur $\overrightarrow{AE}$.

Exercice 5 – Normes et théorème de Pythagore

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ et $AC = 4$.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier.
2. Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. On place le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Justifier que le triangle ABE est rectangle en B, puis calculer la longueur AE.