

Les vecteurs du plan (première partie)

Feuille d'exercices

Mathématiques – Seconde

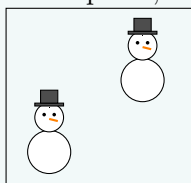
Les exercices suivent l'ordre de la séquence. Chaque réponse doit être justifiée.

1 Découvrir la notion de vecteur

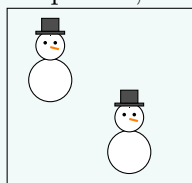
Activité : Découvrir la notion de vecteur

La notion de vecteur est centrale en mathématiques. Elle est utile dans de nombreuses situations. Dans un premier temps, on découvre les vecteurs du plan, que l'on peut représenter par une « flèche » synthétisant toutes les informations utiles.

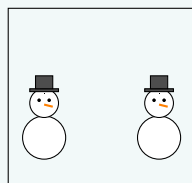
1. Translations. Dans chaque cadre, le bonhomme de neige le plus à gauche subit une translation. Proposer, dans chaque cas, un dessin de « flèche » qui représente la translation.



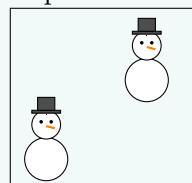
Translation n°1



Translation n°2



Translation n°3

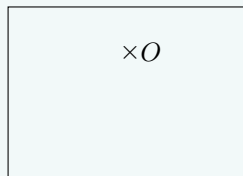


Translation n°4

2. Déplacements. Un homme se trouve dans un désert. Sa position de départ est marquée par le point O . Représenter par une « flèche », dans chaque cas, son déplacement. Un kilomètre sera représenté par un centimètre. (Le nord est en haut de la page.)

Trajet n°1

800 m vers le Sud



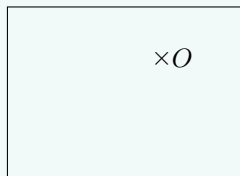
Trajet n°2

500 m vers l'Ouest



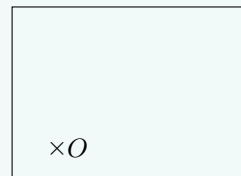
Trajet n°3

1 km en direction du Sud-Ouest

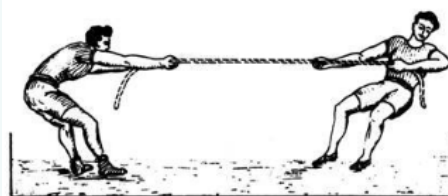


Trajet n°4

2 km en direction du Nord-Est

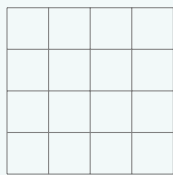
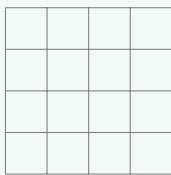
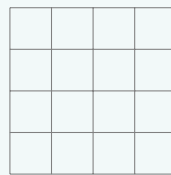
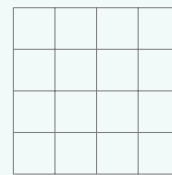


3. Forces. Deux athlètes tirent chacun une extrémité de la corde avec une égale intensité. Représenter par une « flèche » sur le dessin chacune des forces exercées par chaque athlète.



4. Coordonnées. Utiliser le quadrillage pour représenter, dans chaque cas, une « flèche » dont les coordonnées sont définies de la manière suivante :

- le nombre situé en haut des parenthèses donne le déplacement horizontal (en nombre de carreaux), vers la droite s'il est positif, vers la gauche s'il est négatif ;
- le nombre situé en bas des parenthèses donne le déplacement vertical (en nombre de carreaux), vers le haut s'il est positif, vers le bas s'il est négatif.

Coordonnées : $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ Coordonnées : $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ Coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ Coordonnées : $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

5. Carte météo. Voici une carte météo. Selon vous, que symbolisent les « flèches » ?



.....
Quelles informations, en chaque point où elles sont représentées, fournissent ces « flèches » ?

-
-
-

6. Étymologie. « Vecteur », étymologiquement, signifie « transport ». Qu'entend-on par « insecte vecteur d'une maladie » ?

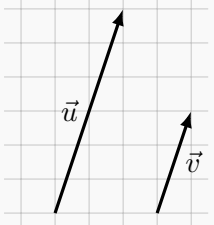
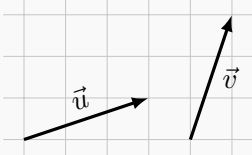
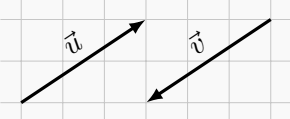
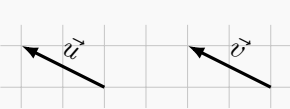
.....
7. Synthèse. Tous les exemples précédents (translations, déplacements, forces, coordonnées) ont mis en jeu des représentations variées de ce que l'on appelle un « vecteur » du plan. Comment définiriez-vous un vecteur ?

.....
.....
.....

2 Égalité de vecteurs

Exercice 1: Égalité de vecteurs

Dans le tableau, indiquer pour chaque couple de vecteurs s'ils ont la même direction, la même norme et, éventuellement, le même sens. Préciser enfin dans quel(s) cas les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont égaux.

	Même direction ? Même norme ?
	Même direction ? Même norme ? Même sens ?
	Même direction ? Même norme ? Même sens ?
	Même direction ? Même norme ? Même sens ?
	Même direction ? Même norme ? Même sens ?

3 Démonstration : égalité de vecteurs et parallélogramme

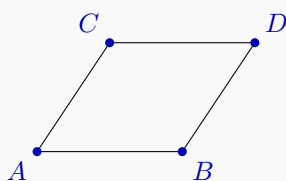
Exercice 2: Démonstration

- 1) Soient A, B, C et D quatre points tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.



Démontrer que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.

- 2) Soient A, B, C et D quatre points tels que $ABDC$ est un parallélogramme.

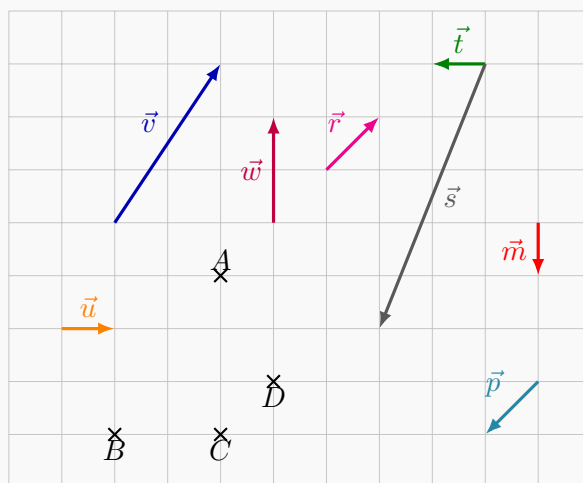


Démontrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

4 Vecteurs et translations

Exercice 3: Lire et utiliser des vecteurs sur un quadrillage

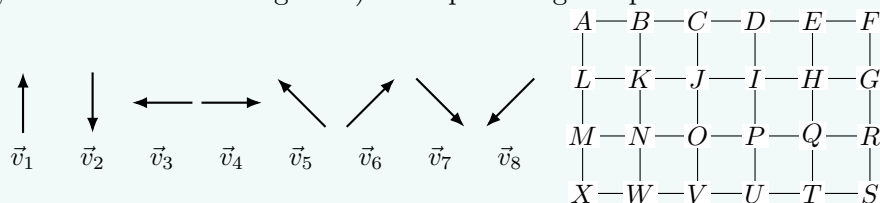
- À partir de la figure, citer un vecteur :
 - opposé à $\overrightarrow{CD}$;
 - de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$;
 - de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire;
 - égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$.
- Placer les points E, F, G et H , images respectives du point A par les translations de vecteurs suivants : a) $\vec{w}$ b) $\vec{v}$ c) $\vec{p}$ d) $\vec{m}$.
- Placer les points I, J, K et L , images respectives du point B par les translations de vecteurs suivants : a) $\vec{r}$ b) $\vec{u}$ c) $\vec{w}$ d) $\vec{m}$.



5 Somme de vecteurs

Activité : Somme de vecteurs

On donne les vecteurs suivants (chaque flèche correspond à un pas du quadrillage, en horizontal, en vertical ou en diagonale) et le quadrillage de points ci-contre.



Compléter le tableau ci-dessous, qui se lit dans chaque colonne de haut en bas. La première colonne sert d'exemple ; elle donne la phrase : « L'image du point A par la translation de vecteur $\vec{v}_4$ est le point B . »

L'image du point...										
A	N	D			P	K	Q			L
... par la translation de vecteur...										
$\vec{v}_4$	$\vec{v}_1$	$\vec{v}_2$	$\vec{v}_3$	$\vec{v}_4$			$\vec{v}_4 + \vec{v}_8$	$\vec{v}_4 + \vec{v}_3$	$\vec{v}_5 + \vec{v}_6 + \vec{v}_7$	$3\vec{v}_4 - \vec{v}_1$
... est le point...										
B			M	H	T	C		K	P	

Exercice 4: Petit récapitulatif

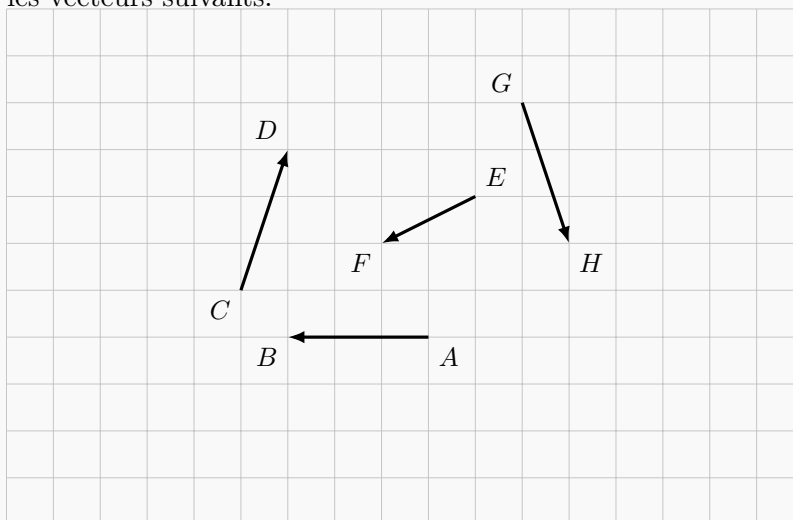
Voici des extraits de copies d'élèves récupérés par un professeur.

- L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AE}$ se note $\overleftarrow{AE}$.
- Si $ABCD$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ alors $[AB]$ et $[CD]$ ont le même milieu.

À l'aide d'un schéma, d'une définition ou d'un contre-exemple, relever et expliquer les erreurs en justifiant.

Exercice 5: Représenter des sommes de vecteurs

On considère les vecteurs suivants.

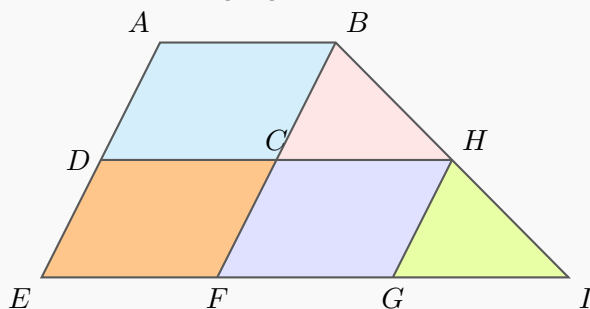


Construire les vecteurs suivants sur la figure.

- a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
- b. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{BA}$
- c. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH}$
- d. $\overrightarrow{AK}$ tel que $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$
- e. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

Exercice 6: Simplifier des sommes de vecteurs

On considère la figure suivante, dans laquelle $ABCD$, $DCFE$ et $CHGF$ sont trois parallélogrammes superposables (on passe de l'un à l'autre par une translation), et où les points B , H , I sont alignés avec H milieu de $[BI]$.



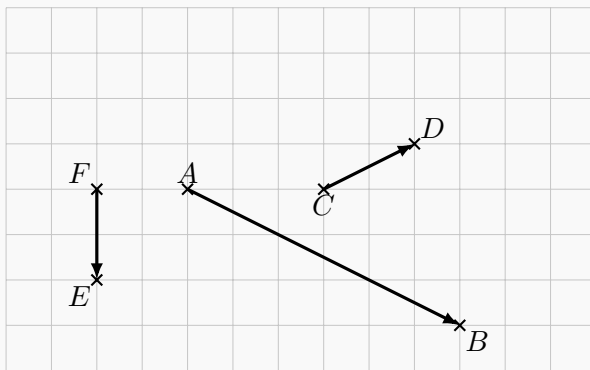
Simplifier les sommes suivantes :

- 1) $\vec{a} = \vec{AB} + \vec{HI}$
- 2) $\vec{b} = \vec{EF} + \vec{ED}$
- 3) $\vec{c} = \vec{IG} + \vec{AB}$
- 4) $\vec{d} = 3\vec{EF} + 2\vec{IH}$

6 Produit d'un vecteur par un réel**Exercice 7: Multiplication d'un vecteur par un nombre**

Tracer sur la figure les vecteurs suivants :

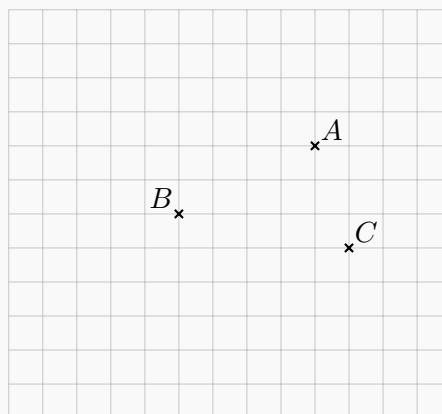
- 1) $\vec{AM} = 2\vec{CD}$
- 2) $\vec{BN} = -3\vec{FE}$
- 3) $\vec{FO} = \frac{1}{3}\vec{AB}$

**7 Constructions et automatismes**

Exercice 8: Construction sans coordonnées (automatismes)

ABC est un triangle. Représenter les points M , N et P tels que :

1. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
2. $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$
3. $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{AB}$

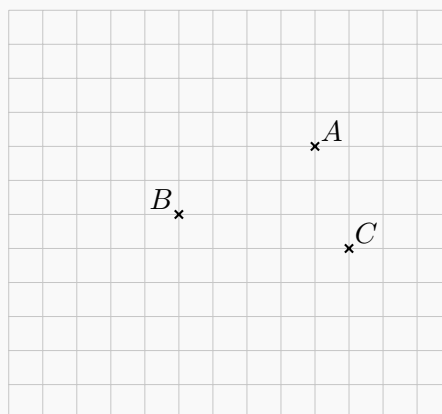
**Indication**

Depuis A , tracer $\overrightarrow{AB}$, puis un représentant de $\overrightarrow{AC}$ ayant pour origine B .

Exercice 9: Reconstruction sans coordonnées (automatismes)

ABC est un triangle. Représenter les points E , I et F tels que :

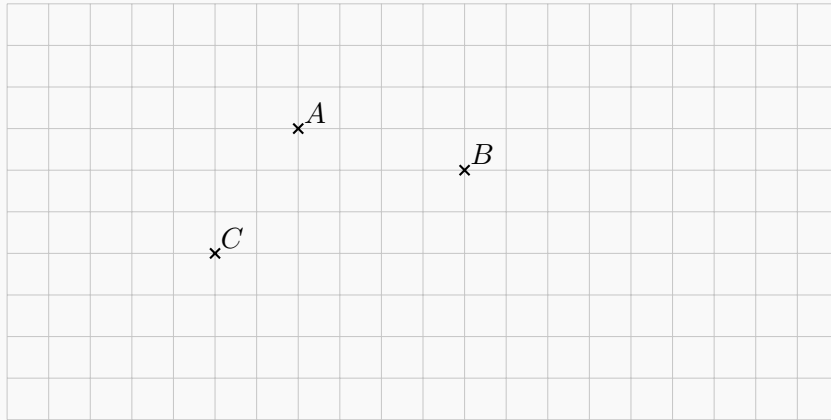
- $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$
- $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

**8 Révisions**

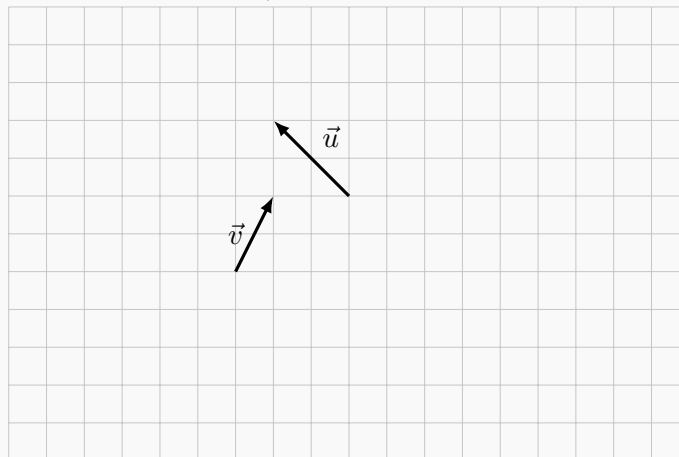
Exercice 10: Construire des points

ABC est un triangle. Construire les points M , N , P et Q définis par :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} \quad \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

**Exercice 11: Combinaisons de vecteurs**

Tracer un représentant du vecteur $2\vec{u} + \vec{v}$ et du vecteur $\vec{u} - 3\vec{v}$.

**Exercice 12: Simplifier**

Simplifier au maximum l'écriture des vecteurs suivants.

$$\vec{u} = \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{SU} + \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{UH} \quad \vec{v} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$$

Exercice 13: Construire des sommes

Construire les vecteurs $\overrightarrow{AD} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\overrightarrow{BC} = \vec{w} + \vec{x}$.

