Équations du premier degré

Feuille d'exercices

Mathématiques – Seconde

Exercice 1: Programme de calcul

On donne le programme de calcul suivant :

— Choisir un nombre.
— Ajouter 2 au nombre de départ.
— Multiplier le résultat par 4.
— Soustraire 6 au résultat obtenu.

1) Appliquer ce programme au nombre 3.
2) Appliquer maintenant ce programme au nombre inconnu x. On notera le résultat $A(x)$.
3) Quel nombre doit-on choisir pour obtenir 0 comme résultat ?

Voici deux programmes de calcul :

Programme 1 :
— Choisir un nombre.
— Ajouter 2 au nombre de départ.
— Multiplier le résultat par 4.
— Soustraire 6 au résultat obtenu.

Programme 2 :
— Choisir un nombre.
— Multiplier par 3 le nombre de départ.
— Ajouter 8 au résultat.

4) On entre le même nombre dans chacun des programmes et le résultat est le même pour les deux programmes. Quel nombre a-t-on choisi ?

Correction de l'exercice 1

1) $3 \to 3+2=5 \to 5\times 4=20 \to 20-6=14$. Le résultat est 14.
2) $A(x)=4(x+2)-6=4x+8-6=4x+2$.
3) On résout $A(x)=0$: $4x+2=0 \iff 4x=-2 \iff x=-\dfrac{2}{4}=-\dfrac{1}{2}$. Il faut choisir $-\dfrac{1}{2}$.
4) Le programme 1 donne $4x+2$ et le programme 2 donne $3x+8$. On résout :

$$4x+2=3x+8 \iff 4x-3x=8-2 \iff x=6.$$

On a choisi 6. Vérification : $4\times 6+2=26$ et $3\times 6+8=26$.

Exercice 2: Résolution d'équations

Résoudre les équations suivantes.

a) $x-3=0$
b) $2x=7$
c) $3x-7=4$
d) $5x-4=-3x+1$
e) $9x-4=4x+1$
f) $4(x-1)=6x+4$

Correction de l'exercice 2

a) $x-3=0 \iff x=3$.
b) $2x=7 \iff x=\dfrac{7}{2}$.

c) $3x-7=4 \iff 3x=11 \iff x=\dfrac{11}{3}$.

d) $5x-4=-3x+1 \iff 5x+3x=1+4 \iff 8x=5 \iff x=\dfrac{5}{8}$.

e) $9x-4=4x+1 \iff 9x-4x=1+4 \iff 5x=5 \iff x=1$.

f) $4(x-1)=6x+4 \iff 4x-4=6x+4 \iff 4x-6x=4+4 \iff -2x=8 \iff x=-4$.

Exercice 3: Inscription sur une pierre tombale

Diophante d'Alexandrie (environ 200/214 – environ 284/298) était un mathématicien grec souvent appelé le « père de l'algèbre ». Sur sa tombe, en épitaphe, aurait été écrite l'histoire de sa vie :

Passant, sous ce tombeau repose Diophante.
Ces quelques vers tracés par une main savante
Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
Le sixième marqua le temps de son enfance ;
Le douzième fut pris par son adolescence.
Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
Puis s'étant marié, sa femme lui donna
Cinq ans après un fils qui, du destin sévère
Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.
Dis, tu sais compter, à quel âge il mourut.

Traduction :
L'enfance de Diophante occupa un sixième de toute sa vie. Le douzième fut pris par son adolescence. Après une nouvelle période équivalente au septième de sa vie, il se maria. Cinq ans plus tard, il eut un fils. La vie de ce fils fut exactement la moitié de celle de son père. Diophante mourut quatre ans après la mort de son fils.

À quel âge est mort Diophante ?

Correction de l'exercice 3

On note x l'âge (en années) de Diophante à sa mort. Sa vie se décompose en : enfance ($\frac{x}{6}$), adolescence ($\frac{x}{12}$), période avant le mariage ($\frac{x}{7}$), cinq ans jusqu'à la naissance du fils (5), vie du fils ($\frac{x}{2}$), quatre dernières années (4). D'où l'équation :

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x.$$

On multiplie chaque membre par 84 (multiple commun de 6, 12, 7 et 2) :

$$14x+7x+12x+420+42x+336=84x \iff 75x+756=84x \iff 756=9x \iff x=84.$$

Diophante est mort à 84 ans.