Identités remarquables et équations

Feuille d'exercices

Mathématiques – Seconde

Les exercices suivent l'ordre de la séquence. Chaque réponse doit être justifiée.

1 Mettre un problème en équation

Exercice 1: Deux problèmes à résoudre

1) Le périmètre d'un triangle isocèle est égal à 35 mm. La base mesure 7 mm de moins que chacun des côtés isocèles. Calculer les dimensions du triangle. On désignera par x la mesure d'un côté isocèle.
2) Un commerçant veut écouler 100 chemises démodées. Il réussit à en vendre 43 au prix initial. Il consent alors un rabais de 1 € par chemise et en vend ainsi 17. Il liquide le reste à 1,5 € l'unité. Calculer le prix initial d'une chemise, sachant qu'il a encaissé en tout 1 243 €.

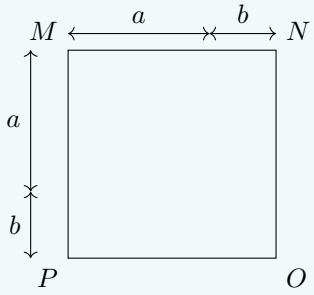
2 Découvrir les identités remarquables

Activité : Identités remarquables

On considère le carré $MNOP$ où a et b désignent des nombres positifs ($0 \leqslant b \leqslant a$).
Exprimer en fonction de a et b la mesure MN du côté $[MN]$ du carré, puis son aire, que l'on notera $\mathcal{A}_{MNOP}$.

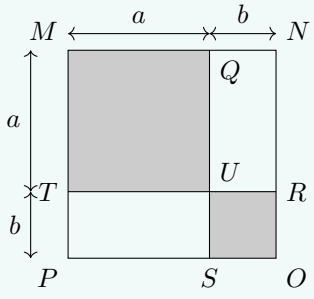
$MN =$ .....

$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{MNOP} =$ .....



On découpe ce même carré en plusieurs parties. Exprimer en fonction de a et b :

Aire du carré $MQUT$:	$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_{MQUT} =$ .....
Aire du carré $UROS$:	$\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_{UROS} =$ .....
Aire du rectangle $QNRU$:	$\mathcal{A}_3 = \mathcal{A}_{QNRU} =$ .....
Aire du rectangle $TUSP$:	$\mathcal{A}_4 = \mathcal{A}_{TUSP} =$ .....



En déduire une relation algébrique que nous nommerons **1re identité remarquable**.

..... = ...

3 Développer et factoriser

Exercice 2: Premiers développements (automatismes)

1. Associer les expressions qui sont égales pour tout nombre x (une seule réponse est correcte).

1re égalité $x(3x+4)=\ldots$	**2e égalité** $(x+3)(2x-4)=\ldots$	**3e égalité** $(x+10)^2=\ldots$
☐ $3x^2+4$	☐ $3x-1$	☐ $x^2+20x+100$
☐ $7x^2$	☐ $2x^2-12$	☐ $x^2+20x+20$
☐ $4x+4$	☐ $2x^2+10x-12$	☐ x^2+20
☐ $3x^2+4x$	☐ $2x^2+2x-12$	☐ x^2+100

2. Développer les trois expressions suivantes : $x(5-2x)$, $(4x-6)(x+5)$ et $(2x+8)^2$.

Exercice 3: Premiers programmes (initiative)

Voici deux programmes de calcul :

Programme 1
Choisir un nombre x Ajouter 1 Calculer le carré du résultat

Programme 2
Choisir un nombre x Calculer son carré Ajouter le double de x au résultat Ajouter 1 au résultat

1. On choisit $x=-6$ dans les deux programmes.
   Quel résultat est calculé par le programme 1 ? Entourer la bonne réponse :
   25 / 49 / -25 / -49.
   Quel résultat est calculé par le programme 2 ? Entourer la bonne réponse :
   25 / -49 / -47 / -23.
2. Compléter le tableau de valeurs suivant (les deux dernières colonnes : choisir deux nombres).

x choisi	0	9	0,1	-1	1 000		
Résultat prog 1							
Résultat prog 2							

3. Mise en commun des résultats de toute la classe...

Exercice 4: Toutes les formules dans les deux sens (automatismes)

Compléter le tableau suivant avec les expressions qui conviennent.

Forme A		Forme B
$3x^2 - 2x$	$=$	
	$=$	$2x(x-6)$
$(x+1)^2$	$=$	
$(x+2)^2$	$=$	
$(x+3)^2$	$=$	
	$=$	$x^2 + 20x + 100$

Forme développée		Forme factorisée
	$=$	$(x-1)^2$
	$=$	$(2x-1)^2$
$6x^2 - 8x$	$=$	
	$=$	$(x+2)(3x-5)$
$-40x + 35x^2$	$=$	
$9x^2 - 6x + 1$	$=$	

Exercice 5: Pour aller plus loin

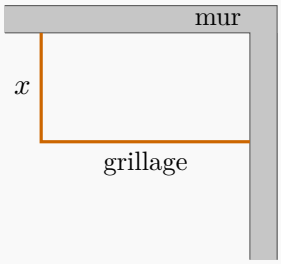
Trouver la forme développée de $(a+b+c)^2$.

Exercice 6: Exercice technique

Développement à l'aide des identités remarquables	Factorisation à l'aide des identités remarquables
Développer : $(5x+2)^2$	Factoriser (si c'est possible) : $25x^2 + 20x + 4$
$(x+2)(x-2)$	$4x^2 - 24x + 36$
$(9-4x)^2$	$x^2 + 4x + 1$
$(7x+2)^2$	$36 - 4x^2$
$(8x+y)^2$	$2x^2 + \left(10\sqrt{2}\right)x + 25$

Exercice 7: Enclos

Jan souhaite poser un grillage au fond de son jardin afin de créer un enclos pour ses poules. Il possède 12 m de grillage. On note x la largeur de l'enclos. Jan souhaite faire un enclos de 27 m^2.



1) Montrer que le problème revient à résoudre l'équation $-x^2 + 12x - 27 = 0$.
2) Développer $(x-3)(9-x)$.
3) Résoudre le problème de Jan.

Exercice 8: Différence de deux carrés

En mettant en évidence une différence de deux carrés, factoriser les expressions suivantes.

1. $H = x^2 - 121$
2. $E = (x-4)^2 - 36$
3. $R = x^2 - 5$
4. $T = 25 - (2-x)^2$
5. $Z = (x+3)^2 - (2x+4)^2$

Exercice 9: Factoriser avec une identité remarquable

Factoriser en utilisant une identité remarquable.

1. $T = 9x^2 + 12x + 4$
2. $H = x^2 + 169 - 26x$
3. $A = 144x + 144x^2 + 36$
4. $L = 49x^2 + 25 - 70x$
5. $E = 9x^2 - 24x + 16$
6. $S = -22x + 121x^2 + 1$

Exercice 10: Triangle rectangle

ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC = x + 7$ et $AC = 5$, où x désigne un nombre positif. Exprimer AB^2 en fonction de x sous forme factorisée.

Exercice 11: Écrire sous la forme d'une seule fraction

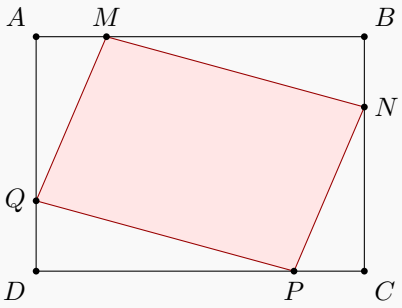
Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible.

1. $P = \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{x-1}$
2. $V = \dfrac{5}{2x-1} + 1$
3. $L = \dfrac{4}{x} + \dfrac{x-1}{3x+5}$
4. $I = \dfrac{x}{1-5x} + \dfrac{2}{x+1}$
5. $U = \dfrac{3x-2}{5x-3} - \dfrac{2-3x}{7x-2}$
6. $T = \dfrac{5-12x}{3x-5} + \dfrac{-60x+25}{-6x-13}$
7. $S = \dfrac{3x+4}{2x-9} \times \dfrac{4x^2-36x+81}{9x^2-16}$
8. $E = \dfrac{x^2-2x+1}{(23x-5)^2} \times \dfrac{46x-10}{1-x}$

4 Exercice de synthèse

Exercice 12: Des intermittents du spectacle

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 7$ cm et $BC = 5$ cm, et un point $M \in [AB]$ (ce qui signifie que M appartient au segment $[AB]$). On note $AM = x$ cm.
On a placé sur la figure les points N, P et Q tels que $AM = BN = CP = DQ$.
Soit f la fonction qui à x associe l'aire du quadrilatère $MNPQ$.



On se propose de déterminer la valeur de x telle que l'aire du quadrilatère $MNPQ$ soit égale à 17 cm^2.

1) Dans cette question uniquement, on considère que $x = 2$. Calculer l'aire des triangles AMQ et MBN, et en déduire $f(2)$. *(Appeler le professeur si vous ne comprenez pas la question.)*
2) Tracer la figure si $x = 4$. Déterminer $f(4)$.
3) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1	2	3,5	4	x
$f(x)$					

4) Déterminer l'expression algébrique de f (l'écriture de la forme $f(x) = \dots$).
5) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 17$.
Astuce : une factorisation grâce aux identités remarquables est peut-être utile.