Fiche de cours

Équations du premier degré et identités remarquables

Mathématiques – Seconde

Définition 1.1: Développer, factoriser

Développer : transformer un produit en somme. **Factoriser** : transformer une somme en produit.

$$k(a+b) = ka + kb \qquad (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Propriété 1.2: Identités remarquables (pour tous réels a et b)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Méthode 1.3: Développer

On repère a et b et on les met entre parenthèses :

$$\begin{aligned}(5x+2)^2 &= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2 \\ &= 25x^2 + 20x + 4\end{aligned}$$

$(x+2)(x-2) = x^2 - 4$

Attention : $(x+10)^2 \neq x^2 + 100$.

Méthode 1.4: Factoriser

1. Facteur commun : $6x^2 - 8x = 2x(3x-4)$.

2. Trois termes : deux carrés + vérifier $2ab$.

$9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$

3. Différence de deux carrés :

$36 - 4x^2 = 6^2 - (2x)^2 = (6-2x)(6+2x)$

Méthode 1.5: Équation du 1er degré

On développe si besoin, on regroupe les x d'un côté et les nombres de l'autre, puis on divise par le coefficient de x :

$$3x - 7 = -4x + 2 \iff 7x = 9 \iff x = \frac{9}{7}$$

On peut ajouter, soustraire un même nombre aux deux membres, et les multiplier ou les diviser par un même nombre **non nul**.

Méthode 1.6: Mise en équation

1. Choisir l'inconnue x (avec son unité).
2. Traduire l'énoncé par une équation.
3. Résoudre l'équation.
4. Vérifier, puis conclure par une phrase.

Propriété 1.7: Équation produit nul

$A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$ Exemple : $(x-3)(9-x) = 0 \iff x = 3$ ou $x = 9$.

Méthode 1.8: Résoudre une équation avec des x^2

1. Tout passer dans un membre $(\cdots = 0)$ **2.** Factoriser **3.** Appliquer le produit nul.

$x^2 = 5x \iff x^2 - 5x = 0 \iff x(x-5) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 5$

$2x^2 - 12x + 18 = 0 \iff 2(x-3)^2 = 0 \iff x = 3$

Remarque : Erreurs fréquentes à éviter

- Oublier le double produit : $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$.
- Oublier les parenthèses : $(5x)^2 = 25x^2$ et non $5x^2$.
- Diviser par une expression contenant x : on risque de perdre une solution (ici $x = 0$ dans $x^2 = 5x$).