

Devoir surveillé n°4 – Groupe 1

Vecteurs, droites et plans de l'espace

Mathématiques – Terminale – Enseignement de spécialité

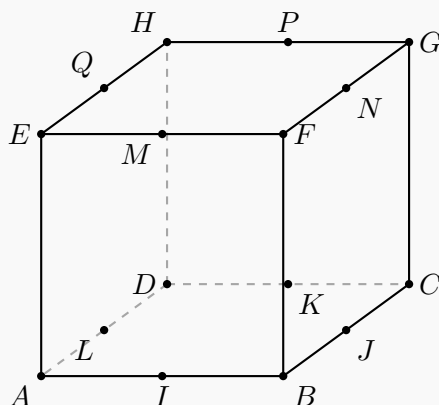
Durée : 1 heure. La qualité de la rédaction et la clarté des justifications entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

1 Décomposition dans une base (5 points)

Exercice 1: Décomposition dans une base

(5 points)

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-dessous dans lequel les points I, J, K, L, M, N, P, Q sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[DC]$, $[AD]$, $[EF]$, $[FG]$, $[HG]$ et $[EH]$.



- Décomposer les vecteurs suivants dans la base $(\overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{HD})$:
 a) $\overrightarrow{HA}$ b) $\overrightarrow{DB}$ c) $\overrightarrow{AP}$ d) $\overrightarrow{HN}$ e) $\overrightarrow{HI}$
- En déduire les coordonnées des points A, B, K dans le repère $(H; \overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{HD})$.
- Déterminer les coordonnées du milieu S de $[IN]$.

2 Coplanarité et position relative (7 points)

Exercice 2: Coplanarité et position relative

(7 points)

On considère dans un repère les points

$$A(3; -1; 2); \quad B(1; 2; 0); \quad C(7; -2; 5); \quad D(1; -8; 2).$$

- Montrer que A, B et C ne sont pas alignés.
- Montrer qu'il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.
 - Qu'en déduire pour les points A, B, C et D ?
- Soit $E(1; -3; 1)$; on admet que E appartient au plan (ABC) . Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles? Justifier.
- Quelle est la position relative de (DE) avec (ABC) ? Justifier.

3 Trois vecteurs coplanaires ? (3 points)

Exercice 3: Trois vecteurs coplanaires ?**(3 points)**

On considère les vecteurs $\vec{u}(-3; 5; 4)$, $\vec{v}(2; -3; 1)$ et $\vec{w}(5; -2; 3)$.
Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.

4 Alignement de trois points (5 points)

Exercice 4: Alignement de trois points**(5 points)**

On considère le cube $ABCDEFGH$ de l'exercice 1.
 S et T sont les points définis par $\overrightarrow{AS} = 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AT} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$.

1. Démontrer que $\overrightarrow{SG} = -2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$.
2. Exprimer $\overrightarrow{ST}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}$.
3. En déduire que les points S , T et G sont alignés.