

Correction Exercice BAC Amérique du Nord sujet 2 2022

Partie A :

1) p est un polynôme donc est dérivable sur $[-3; 4]$.

$$p'(x) = 3x^2 - 6x + 5$$

p' est un polynôme de degré 2.

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 5 = -24$$

Donc l'équation $p'(x) = 0$ n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}$.

De plus 3 est positif donc la parabole est tournée vers le haut donc pour tout $x \in [-3; 4]$, $p'(x) > 0$.

Donc p est strictement croissante sur $[-3; 4]$.

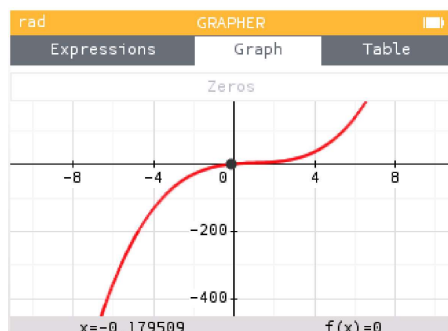
$$2) \quad p(-3) = (-3)^3 - 3 \times (-3)^2 + 5 \times (-3) + 1 = -68$$

$$p(4) = 37$$

- p est continue sur $[-3; 4]$ car c'est un polynôme
- p est strictement croissante sur $[-3; 4]$
- $0 \in [-68; 37]$

Donc d'après le TVI il existe un unique $\alpha \in [-3; 4]$ tel que $p(\alpha) = 0$.

3)



Voici ce que nous obtenons à la calculatrice :

$$p(-0,1) = 0,469$$

$$p(-0,2) = -0,128$$

Donc $\alpha \in [-0,2; -0,1]$.

4) Le tableau de signe de p sur $[-3; 4]$ est donc le suivant :

x	-3	α	4
$f(x)$	-	0	+

Partie B :

1a) f est dérivable sur $[-3;4]$ car f est un quotient de deux fonctions dérivables sur $[-3;4]$ et le dénominateur ne s'annule jamais sur $[-3;4]$.

$$u=e^x \text{ donc } u'=e^x$$

$$v=1+x^2 \text{ donc } v'=2x$$

$$\text{donc } f'(x)=\frac{e^x(1+x^2)-2xe^x}{(1+x^2)^2}$$

1b) $f'(1)=\frac{e^1(1+1^2)-2\times 1\times e^1}{(1+1^2)^2}=0$ donc la tangente à C_f au point d'abscisse 1 est horizontale car son coefficient directeur est 0.

2a) Il semble que de -3 à 0 la fonction est convexe, puis concave de 0 à 1 puis convexe de 1 à 4 donc il semblerait qu'il y ait deux points d'inflexion.

2b) Si $x-1>0$ alors $x>1$.

Donc le tableau de signe est le suivant :

x	-3	α	1	4	
e^x	$+$	$+$	$+$		
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$	
$p(x)$	$-$	0	$+$	$+$	
$(1+x^2)^3$	$+$	$+$	$+$		
$p''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Il y a donc deux points d'inflexion, en α et en 1 , puisque à chacun des ces points, la dérivée seconde s'annule en changeant de signe.

Ainsi le toboggan assure de bonnes sensations.