

**EXERCICE 1****5 points**

Un jeu vidéo possède une vaste communauté de joueurs en ligne. Avant de débiter une partie, le joueur doit choisir entre deux « mondes » : soit le monde A, soit le monde B. On choisit au hasard un individu dans la communauté des joueurs.

Lorsqu'il joue une partie, on admet que :

- la probabilité que le joueur choisisse le monde A est égale à  $\frac{2}{5}$  ;
- si le joueur choisit le monde A, la probabilité qu'il gagne la partie est de  $\frac{7}{10}$  ;
- la probabilité que le joueur gagne la partie est de  $\frac{12}{25}$ .

On considère les évènements suivants :

- $A$  : « Le joueur choisit le monde A » ;
- $B$  : « Le joueur choisit le monde B » ;
- $G$  : « Le joueur gagne la partie ».

$$\parallel \text{ On sait donc que } P(A) = \frac{2}{5}, P_A(G) = \frac{7}{10} \text{ et } P(G) = \frac{12}{25}.$$

1. La probabilité que le joueur choisisse le monde A et gagne la partie est égale à :

a.  $\frac{7}{10}$

b.  $\frac{3}{25}$

c.  $\frac{7}{25}$

d.  $\frac{24}{125}$

$$\parallel P(A \cap G) = P(A) \times P_A(G) = \frac{2}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{25}$$

**Réponse c.**

2. La probabilité  $P_B(G)$  de l'évènement  $G$  sachant que  $B$  est réalisé est égale à :

a.  $\frac{1}{5}$

b.  $\frac{1}{3}$

c.  $\frac{7}{15}$

d.  $\frac{5}{12}$

$$\parallel \begin{aligned} P(B) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \\ \text{D'après la formule des probabilités totales : } P(G) &= P(A \cap G) + P(B \cap G) \text{ donc } P(B \cap G) = \\ P(G) - P(A \cap G) &= \frac{12}{25} - \frac{7}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}. \\ P_B(G) &= \frac{P(B \cap G)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

**Réponse b.**

Dans la suite de l'exercice, un joueur effectue 10 parties successives. On assimile cette situation à un tirage aléatoire avec remise. On rappelle que la probabilité de gagner une partie est de  $\frac{12}{25}$ .

$$\parallel \begin{aligned} \text{Soit } X \text{ la variable aléatoire qui donne le nombre de succès sur 10 parties ; la variable aléatoire} \\ X \text{ suit la loi binomiale de paramètres } n = 10 \text{ et } p = \frac{12}{25}. \end{aligned}$$

3. La probabilité, arrondie au millièm, que le joueur gagne exactement 6 parties est égale à :

a. 0,859

b. 0,671

c. 0,188

d. 0,187

$$\left\| P(X=6) = \binom{10}{6} \times \left(\frac{12}{25}\right)^6 \times \left(1 - \frac{12}{25}\right)^{10-6} \approx 0,188 \right. \quad \textbf{Réponse c.}$$

4. On considère un entier naturel  $n$  pour lequel la probabilité, arrondie au millièème, que le joueur gagne au plus  $n$  parties est de 0,207. Alors :

**a.**  $n = 2$

**b.**  $n = 3$

**c.**  $n = 4$

**d.**  $n = 5$

$$\left\| \text{On cherche } n \text{ tel que } P(X \leq n) \approx 0,207; \text{ à la calculatrice, on trouve } n = 3. \right. \quad \textbf{Réponse b.}$$

5. La probabilité que le joueur gagne au moins une partie est égale à :

**a.**  $1 - \left(\frac{12}{25}\right)^{10}$

**b.**  $\left(\frac{13}{25}\right)^{10}$

**c.**  $\left(\frac{12}{25}\right)^{10}$

**d.**  $1 - \left(\frac{13}{25}\right)^{10}$

$$\left\| P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} \left(\frac{12}{25}\right)^0 \left(1 - \frac{12}{25}\right)^{10-0} = 1 - \left(\frac{13}{25}\right)^{10} \right. \quad \textbf{Réponse d.}$$