

Exercices fonction logarithme népérien.

Exercice propositions :

1) Soit g définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(x^2 + x + 1).$$

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a) $g'(x) = \frac{1}{2x+1}$ c) $g'(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$

b) $g'(x) = \ln(2x+1)$ d) $g'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(1+x^2)$

Sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 2022$.

- a) n'admet aucune solution.
- b) admet exactement une solution.
- c) admet exactement deux solutions.
- d) admet une infinité de solutions.

3) Soit la fonction h définie pour tout réel strictement positif par :

$g(x) = x \ln(x) - x^2$. On note C_g sa courbe représentative dans un repère du plan.

- a) La fonction g est convexe sur $]0; +\infty[$.
- b) La fonction g est concave sur $]0; +\infty[$.
- c) La courbe C_g admet exactement un point d'inflexion sur $]0; +\infty[$.
- d) La courbe C_g admet exactement deux points d'inflexions sur $]0; +\infty[$.

4) La fonction i définie par $i(x) = \ln(-x^2 - x + 6)$ est définie sur

- a) $] -3; 2[$
- b) $] -\infty; 6]$
- c) $]0; +\infty[$
- d) $]2; +\infty[$

5) On considère la fonction j définie sur $]0,5; +\infty[$ par

$$j(x) = x^2 - 4x + 3 \ln(2x - 1).$$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de j au point d'abscisse 1 est :

- a) $y = 4x - 7$
- b) $y = -3(x - 1) + 4$
- c) $y = 2x - 4$
- d) $y = 2x - 1$

Exercice BAC :

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = x - x \ln(x), \text{ où } \ln \text{ désigne la fonction logarithme népérien.}$$

Partie 1 :

- 1) Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0.
- 2) Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.

- 3a) Démontrer que, pour tout réel $x > 0$, on a : $f'(x) = -\ln(x)$.
- 3b) En déduire les variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$ et dresser son tableau de variations.

4) Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur $]0; +\infty[$.

Partie 2 :

Pour tout nombre réel k quelconque, on considère la fonction f_k définie sur $]0; +\infty[$ par : $f_k(x) = kx - x \ln(x)$.

- 1) Pour tout nombre réel k , montrer que f_k admet un maximum y_k atteint en $x_k = e^{k-1}$.
- 2) Vérifier que, pour tout nombre réel k , on a $x_k = y_k$.