

Exercice 1 :

Soient $a \in \mathbb{R}$. On considère l'équation différentielle $(E_0) : y' = ay$.

1) Soient y_1 et y_2 deux solutions de (E_0) .

Montrer que $y_1 + y_2$ est aussi une solution de (E_0) .

2) Soient y une solution de (E_0) et k un réel.

Montrer que ky est encore une solution de (E_0) .

Exercice 1 :

L'exercice est constitué de deux parties indépendantes.

Partie I

On considère l'équation différentielle

$$(E) : y' + y = e^{-x}$$

1. Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = xe^{-x}$.

Vérifier que la fonction u est une solution de l'équation différentielle (E) .

2. On considère l'équation différentielle $(E') : y' + y = 0$.

Résoudre l'équation différentielle (E') sur $\mathbb{R}$.

3. En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle (E) sur $\mathbb{R}$.

4. Déterminer l'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 2$.

Partie II

Dans cette partie, k est un nombre réel fixé que l'on cherche à déterminer.

On considère la fonction f_k définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f_k(x) = (x + k)e^{-x}$$

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = e^{-x}$$

On note C_k la courbe représentative de la fonction f_k dans un repère orthogonal et C la courbe représentative de la fonction h .

On a représenté sur le graphique en annexe les courbes C_k et C sans indiquer les unités sur les axes ni le nom des courbes.

1. Sur le graphique en annexe à rendre avec la copie, l'une des courbes est en traits pointillés, l'autre est en trait plein. Laquelle est la courbe C ?

2. En expliquant la démarche utilisée, déterminer la valeur du nombre réel k et placer sur l'annexe à rendre avec la copie l'unité sur chacun des axes du graphique.

Annexe

