

### Exercice 38 :

1)  $ma = mg - kv$

$$a = g - \frac{k}{m}v$$

$$v' = -\frac{k}{m}v + g$$

2) Résolvons l'équation homogène :

$$v_0' = -\frac{k}{m}v_0$$

donc  $v_0 = Ce^{-\frac{k}{m}t}$

Trouvons la solution particulière. Supposons  $v_p$  constante.

$$0 = -\frac{k}{m}v_p + g$$

Donc  $v_p = \frac{gm}{k}$  (On suppose que  $v > 0$ )

Donc la solution générale est  $v = Ce^{-\frac{k}{m}t} + \frac{gm}{k}$ .

### Exercice 39 :

1)  $g$  est dérivable sur  $[0; +\infty[$ .

$$g'(t) = \frac{-N'(t)}{N^2(t)}$$

2) Supposons que  $N$  est solution de l'équation  $N' = 3N - 0,005N^2$   
On divise par  $N^2$  (on peut car on a supposé que  $N$  ne s'annule jamais).

$$N' = 3N - 0,005N^2 \Leftrightarrow \frac{N'}{N^2} = \frac{3N}{N^2} - \frac{0,005N^2}{N^2}$$

$$N' = 3N - 0,005N^2 \Leftrightarrow \frac{N'}{N^2} = \frac{3}{N} - 0,005$$

Et en remplaçant par les valeurs de  $g$  on a :

$$N' = 3N - 0,005N^2 \Leftrightarrow -g' = 3g - 0,005$$

$$N' = 3N - 0,005N^2 \Leftrightarrow g' = -3g + 0,005$$

3) Résolvons  $g' = -3g + 0,005$

Résolvons  $g_0' = -3g_0$

donc  $g_0 = Ce^{-3t}$  avec  $C \in \mathbb{R}$

Trouvons la solution particulière. Supposons  $g_p$  constante.

$$0 = -3g_0 + 0,005$$

$$g_0 = \frac{0,005}{3}$$

Donc  $g = g_0 + g_p$

Donc  $g = Ce^{-3x} + \frac{0,005}{3}$ .

De plus  $N(0) = 2000$

Donc  $g(0) = \frac{1}{N(0)} = \frac{1}{2000} = 0,0005$

$$Ce^{-3 \times 0} + \frac{0,005}{3} = 0,0005$$

$$C = \frac{-0,005}{3} + 0,0005$$

$$C = \frac{-7}{6000}$$

De plus  $N(t) = \frac{1}{g(t)}$

$$N(t) = \frac{1}{\frac{-7}{6000}e^{-3x} + \frac{0,005}{3}}$$