

### Exercice 1 :

Le plan est rapporté à un repère orthogonal  
(unités: 1,2cm sur l'axe des abscisses et 0,8cm sur l'axe des ordonnées)

Soit  $f$  de courbe représentative  $C$  dans ce repère orthogonal.

$f$  est définie sur  $[0;4]$  par:

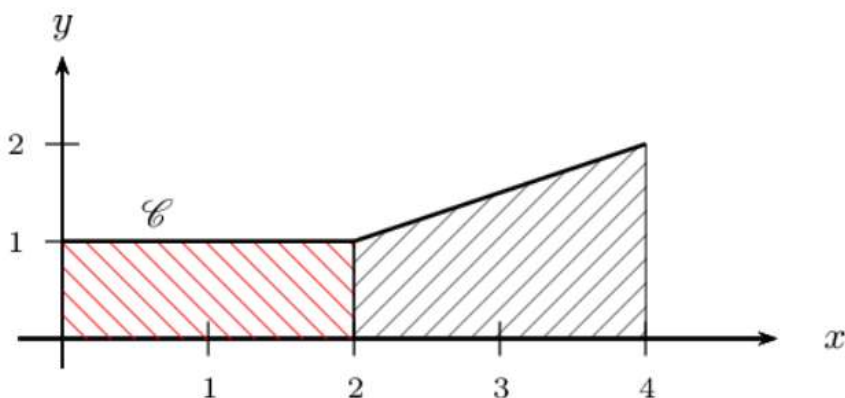
$f(x) = 1$  pour  $x$  dans  $[0;2]$

$f(x) = 0,5x$  pour  $x$  dans  $]2;4]$

On admettra que  $f$  est continue et positive sur  $[0;4]$ .

Déterminer la valeur de  $A = \int_0^4 f(t)dt$ .

Quelle est l'aire de la partie hachurée (en  $cm^2$ )?



### Exercice 2 :

Donner la valeur exacte de :

$$A = \int_{-2}^3 f(t)dt \quad \text{où } f \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par } f(x) = e^x - x^2 + 2x - 8$$

$$B = \int_{-2}^3 dt$$

$$C = \int_0^1 (3t^2 e^{t^3+4}) dt$$

$$D = \int_0^1 (e^x + e^{-x}) dx$$

### Exercice 3 :

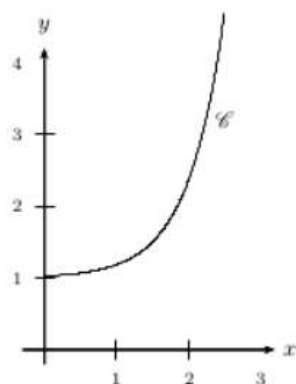
Soit  $f$  définie par  $f(x) = 0,5x^2 - x + 1$  de courbe représentative  $C$  dans un repère orthogonal (unités : 1,2cm sur l'axe des abscisses, 0,6cm sur l'axe des ordonnées).

- 1) Montrer que  $f$  est continue et positive sur  $[1;3]$ .
- 2) On considère le domaine  $D = \{M(x; y) / 1 \leq x \leq 3 \text{ et } 0 \leq y \leq f(x)\}$ . Représenter graphiquement  $C$  pour  $x$  dans  $[0;3,3]$  et hachurer  $D$ .
- 3) Déterminer l'aire  $A$  du domaine  $D$  (en  $cm^2$ ).

### Exercice 4 :

Soit  $f$  définie par  $f(x) = 0,5e^{2x-3} + 1$ .

$f$  est représentée dans un repère orthogonal par la courbe  $C$  ci-dessous.



1. Pourquoi  $f$  est-elle positive et continue sur  $\mathbb{R}$ .
2. Déterminer la valeur moyenne  $m$  de  $f$  sur  $[0; 2]$ .
3. Interpréter graphiquement.

### Exercice 6

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = xe^{-x}$

et soit  $C$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère du plan.

- 1.a. Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .
- 1.b. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
- 1.c. En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe  $C$ .

- 2.a. On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .  
Démontrer que, pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ , on a :  $f'(x) = e^{-x}(1-x)$ .
- 2.b. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

3. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -(x+1)e^{-x}$ .  
Montrer que  $g$  est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

4. Etudier le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .

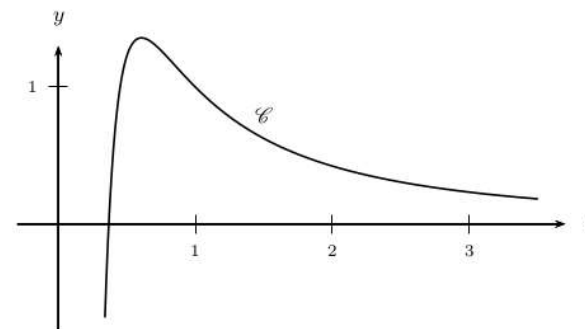
5. On note  $A$  l'aire (en unités d'aire) du domaine  $D$  délimité par  $C$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = \ln 10$ .  
Déterminer la valeur exacte, puis une valeur arrondie au centième de  $A$ .

### Exercice 5 :

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1+\ln x}{x^2}$

et soit  $C$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère du plan.

La courbe  $C$  est donnée ci-dessous :



- 1.a. Déterminer la limite de  $f$  en 0.
- 1.b. Que vaut  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$ . En déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
- 1.c. En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe  $C$ .

- 2.a. On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .  
Démontrer que, pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ , on a :  $f'(x) = \frac{-1-2\ln x}{x^3}$ .
- 2.b. Résoudre sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  l'inéquation :  $-1-2\ln x > 0$ .
- 2.c. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

- 3.a. Démontrer que  $C$  admet un unique point d'intersection avec l'axe des abscisses. Préciser les coordonnées de ce point.
- 3.b. En déduire le signe de  $f(x)$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

- 4.a. Démontrer que la fonction  $F$ , définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = \frac{-2-\ln x}{x}$  est une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

- 4.b. Pour tout entier  $n \geq 1$ , on note  $I_n$  l'aire (en unités d'aire) du domaine  $D_n$  délimité par  $C$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équations  $x = \frac{1}{e}$  et  $x = n$ .

Calculer  $I_n$  en fonction de  $n$ .

- 4.c. Etudier la limite de la suite  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

Interpréter graphiquement le résultat obtenu.