

Feuille d'exercices études de fonctions

Fonctions trigonométriques
Terminale spécialité Mathématiques

Exercice 1: Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \cos x$$

1. Montrer que la fonction f est paire.
2. Montrer que 2π est une période de la fonction f .
3. Dans cette question, on étudie f uniquement sur l'intervalle $[0; \pi]$
 - a) Montrer que pour tout $x \in [0; \pi]$,

$$f'(x) = \sin x \times (2 \cos x - \sqrt{3})$$

- b) Etudier les variations de f sur $[0; \pi]$.
4. En utilisant les résultats précédents, donner le tableau de variations de f sur $[-\pi; 3\pi]$.

Exercice 2: Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos x$$

1. Etudier la parité de f sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que f est périodique de période 2π .
3. Montrer que pour tout réel x ,

$$f'(x) = \sin(x) \times [-2 \cos(x) + 1]$$

4. Etudier les variations de f sur $[0; \pi]$.
5. Tracer la courbe de f sur $[0; \pi]$, puis expliquer comment prolonger cette courbe sur $\mathbb{R}$.

Remarque : Formules de trigonométrie de première

$\forall a, b \in \mathbb{R}$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2 \cos^2(a) - 1$$

$$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$$