

Préparer sa rentrée en Terminale – Les bases

Calcul numérique, calcul littéral, équations, signes et inéquations

Mathématiques – Terminale – Enseignement de spécialité

Cette fiche reprend les automatismes de calcul indispensables pour aborder la Terminale. Les corrections s'affichent ou non selon le réglage de **showcorr** en tête de fichier.

1 Calcul numérique

Prérequis

- Règles de calcul sur les fractions et les puissances.
- Racine carrée d'un nombre réel positif et règles de calcul.

Exercice 1: Puissances

Écrire chaque nombre sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{3^{27} - 3^{29}}{3^{28}} \qquad B = \frac{3^{-6} \times 5^5}{(5^2)^3 \times 3^{-5}}$$

Exercice 2: Racines carrées

Simplifier les nombres suivants, en les écrivant sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b le plus petit possible (ou sous forme d'un entier si possible).

$$C = \sqrt{48} \qquad D = \sqrt{36 + 64} \qquad E = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48}$$

Exercice 3: Quantités conjuguées

Écrire les nombres suivants sans racine carrée au dénominateur.

$$H = \frac{-2}{\sqrt{7} - 2} \qquad I = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

Exercice 4: Factoriser avec des puissances

Soit n un entier naturel. Factoriser puis simplifier les expressions suivantes.

$$A = -2 \times 5^{n+1} + 2 \times 5^n \qquad B = (n+1) \times 2^{n+1} - n \times 2^n$$

Exercice 5: Une somme de puissances

Soit n un entier naturel. Écrire $2^n + 2^n$ sous la forme d'une seule puissance de 2.

2 Calcul littéral

Prérequis

- Maîtriser les identités remarquables et les priorités de développement.
- Repérer ou mettre en évidence un facteur commun pour factoriser.
- Mettre en évidence une identité remarquable pour factoriser.
- Réduire des expressions au même dénominateur.

Remarque : Les trois identités remarquables

Pour tous réels a et b :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

Lues de gauche à droite, elles servent à **développer** ; lues de droite à gauche, à **factoriser**.

Activité : Développer des expressions

Recopier et compléter les pointillés.

$$A = 2(3x - 1)^2 - (5x + 3)(2 - 3x)$$

$$A = 2(\dots x^2 - \dots x + 1) - (10x - \dots x^2 + \dots - \dots x)$$

$$A = 18x^2 - \dots x + 2 - 10x + \dots x^2 - \dots + \dots x \quad \text{donc } A = \dots x^2 - \dots x - \dots$$

Exercice 6: Développer et réduire

Développer et réduire l'expression

$$B = (2x - 9)(3 - 2x) + 5(2x + 1)^2.$$

Exercice 7: Factoriser

Factoriser les expressions suivantes.

$$C = 2(5x - 1)^2 + 10x - 2 \quad E = (4x - 3)^2 - 25x^2$$

Exercice 8: Réduire au même dénominateur

Écrire chaque expression sous la forme d'un seul quotient.

$$B = \frac{2x}{3x - 1} - 5 \quad \text{pour } x \neq \frac{1}{3} \quad C = \frac{4}{2x + 6} - \frac{3}{x - 5} \quad \text{pour } x \neq -3 \text{ et } x \neq 5$$

3 Équations

Prérequis

- Savoir développer et factoriser une expression.
- Connaître et savoir utiliser les identités remarquables.
- Résolution d'une équation du premier degré et d'une équation produit nul.
- Équations du second degré.

Remarque : Deux propriétés fondamentales

- **Produit nul** : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.
- **Quotient nul** : un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul *et* son dénominateur est non nul.

Dans une équation contenant un quotient, on commence **toujours** par chercher les valeurs interdites.

Exercice 9: Équations du premier degré, produit et quotient nuls

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $-x = x + 16$
2. $(-x - 4)(-x + 7) = 0$
3. $9(-3x - 1)(6x - 36) = 0$
4. $\frac{-3x - 1}{8 - 5x} = 0$
5. $\frac{5 - 8x}{x - 2} = 3$

Exercice 10: Se ramener à une équation produit nul

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $(5x - 1)(x - 9) - (x - 9)(2x - 1) = 0$
2. $(x - 1)(2x - 7) = 4x^2 - 28x + 49$
3. $x + 1 = \frac{9}{x + 1}$
4. $\frac{3x - 1}{x - 5} = \frac{3x - 4}{x}$

Exercice 11: Équations du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $6x^2 - 15x - 9 = 0$
2. $\frac{1}{8}x^2 + x + 2 = 0$
3. $x^2 + x + 1 = 0$

4 Étude de signes et inéquations

Prérequis

- Savoir développer et factoriser une expression.
- Règle des signes pour un produit ou un quotient.
- Étudier le signe d'une fonction affine.
- Inéquations du second degré.

Remarque : Règles à connaître

- Multiplier ou diviser les deux membres d'une inéquation par un nombre **strictement négatif** change le sens de l'inégalité.
- La fonction affine $x \mapsto mx + p$ (avec $m \neq 0$) s'annule en $-\frac{p}{m}$ et est du signe de m « à droite » de cette valeur.
- Un trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a à l'extérieur de ses racines, et du signe contraire entre ses racines.

Inéquations du premier degré**Exercice 12: Inéquations du premier degré**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $6x + 7 > 4x + 8$
2. $x + 1 \geq 9x + 25$

Signe d'un produit**Exercice 13: Inéquations produit**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $(x - 8)(-1 - 10x) \leq 0$
2. $(3x + 2)^2 - (3x + 2)(5x + 1) \leq 0$

Exercice 14: Un problème de produit

La somme de deux nombres réels x et y est égale à 20. On note $P = xy$ leur produit.

1. Exprimer y en fonction de x .
2. Vérifier que $(7 - x)(13 - x) = x^2 - 20x + 91$, puis montrer que

$$P \geq 91 \iff (7 - x)(13 - x) \leq 0.$$

3. En déduire les valeurs de x et de y pour lesquelles le produit P est supérieur ou égal à 91.

Signe d'un quotient**Exercice 15: Inéquations quotient**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $\frac{3}{2x - 7} \leq 0$
2. $5 + \frac{2}{x + 3} \leq 0$
3. $\frac{3}{2x - 1} \geq \frac{2}{-3x + 15}$

Signe d'un polynôme du second degré**Exercice 16: Inéquations du second degré**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $2x^2 - 5x - 42 \geq 0$

2. $\frac{x^2 - 2x - 3}{2x + 5} \leq 0$